**תרגיל כיתה מס' 8.**

**שאלה מס' 1.**

נדרש למדוד טמפרטורה התונדת על פי-

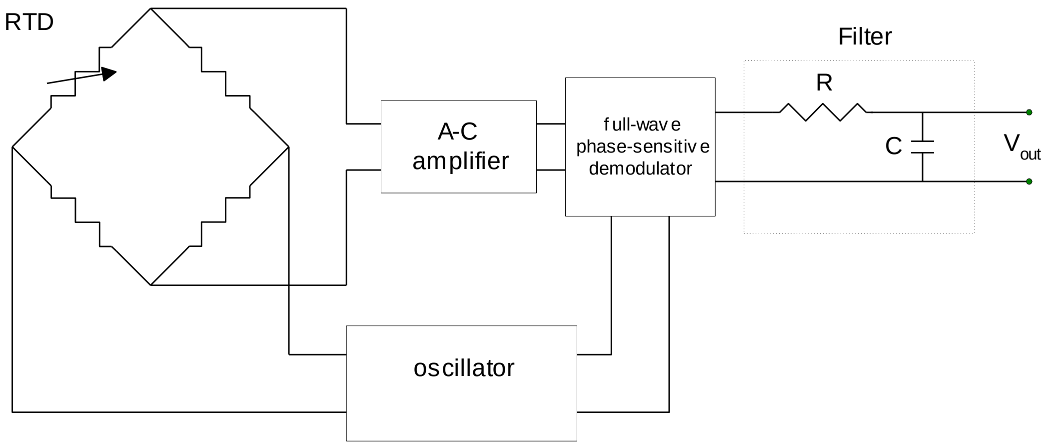
$\Delta T = A_T \sin(\omega_T t)$.

לצורך המדידה נתון מד טמפרטורה התנגדותי RTD, אשר התנגדותו משתנה על פי –

$R = R_o\left(1+\alpha\Delta T\right)$.

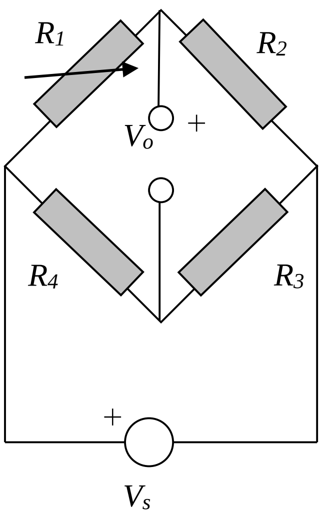
את המדיד מחברים למעגל גשר המעורער במתח תונד $V_c(t) = A_c \sin(\omega_c t)$ כאשר מתח המוצא מהגשר עובר במגבר AC בעל הגבר A, לאחר מכן אות היציאה מהמגבר עובר דרך רכיב דימודולציה, ולאחר מכן עובר סינון במסנן LPF.

המערכת הכוללת נתונה באיור הבא. מצא את הביטוי המתאר את מתח היציאה מהמסנן $V_{out}(t)$.



**<u>שאלה מס' 1. - פיתרון:</u>**

חיבור לגשר:




$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_4}{R_3}\equiv r$$

$$R_1=R_o\left(1+\alpha\Delta T\right)$$

$$\delta_1=\frac{\Delta R_1}{R_1}=\frac{R_1-R_1\left(\Delta T=0\right)}{R_1\left(\Delta T=0\right)}=\frac{R_o\alpha\Delta T}{R_o}=\alpha\Delta T$$

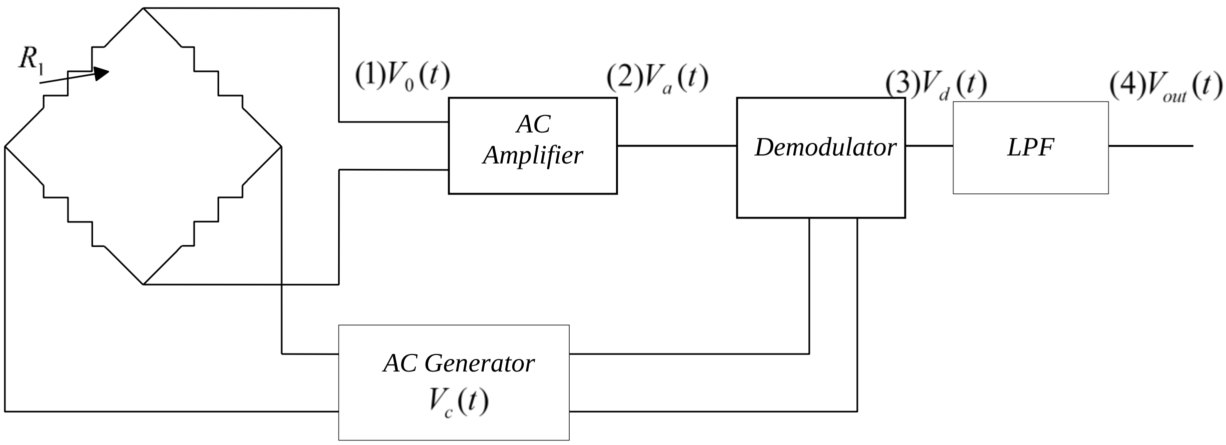
נשתמש בביטוי כללי לא ליניארי (הרצאה בנושא גשר – שקף 21) עבור מעגלי גשר, כאשר רק $\delta_1$ משתנה:

$$\frac{V_0}{V_s}=r\frac{-\delta_1}{\left(1+r(1+\delta_1)\right)\left(1+r\right)}$$

עבור מדידת טמפ' ע"י מד טמפ' התנגדותי נהוג לקבוע $r>>1$ ( לצורך קבלת ליניאריות טובה) . נשתמש בקירוב הליניארי הבא (הרצאה בנושא גשר – שקף 21):

$$\frac{V_{0,Lin}}{V_s}=r\frac{-\delta_1}{\left(1+r\right)^2}=r\frac{-\alpha\Delta T}{\left(1+r\right)^2}=\frac{-\alpha rA_T\sin\left(\omega_T t\right)}{\left(1+r\right)^2}$$

מגבר גל נושא-carrier amplifier system:




1. נבטא את $V_{0,Lin}(t)$ ע"י הצבת $V_s = V_c(t) = A_c \sin(\omega_c t)$ בביטוי לעיל:

$$V_{0,Lin}(t) = -V_c(t)\left(\frac{\alpha r A_T}{(1+r)^2}\sin(\omega_T t)\right) = -A_c \sin(\omega_c t)\left(\frac{\alpha r A_T}{(1+r)^2}\sin(\omega_T t)\right)$$

ולכן:

$$V_{0,Lin}(t) = -\frac{\alpha r A_c A_T}{(1+r)^2}\sin(\omega_c t)\cdot\sin(\omega_T t) =$$

$$(1) \quad V_{0,Lin}(t) = -\frac{\alpha r A_c A_T}{2(1+r)^2}\left(\cos((\omega_c-\omega_T)t) - \cos((\omega_c+\omega_T)t)\right)$$

2. האות $V_0(t)$ מוכפל בהגבר של AC Amplifier - A:

$$(2) \quad V_a(t) = AV_{0,Lin}(t) = -\frac{\alpha r A A_c A_T}{2(1+r)^2}\left[\cos((\omega_c-\omega_T)t) - \cos((\omega_c+\omega_T)t)\right]$$

3. דימודולציה- האות $V_a(t)$ מוכפל שוב ב- $V_c(t) = A_c \sin(\omega_c t)$:

$$V_d(t) = A_c \sin(\omega_c t)\; V_a(t) =$$
$$-\frac{\alpha r A A_c A_T}{2(1+r)^2} A_c \sin(\omega_c t)\left[\cos((\omega_c-\omega_T)t) - \cos((\omega_c+\omega_T)t)\right] =$$
$$-\frac{\alpha r A A_c^2 A_T}{4(1+r)^2}\left[\sin((2\omega_c-\omega_T)t) + \sin(\omega_T t) - \sin((2\omega_c+\omega_T)t) - \sin(-\omega_T t)\right]$$

$$(3) \quad V_d(t) = -\frac{\alpha r A A_c^2 A_T}{4(1+r)^2}\left[\sin((2\omega_c+\omega_T)t) - \sin((2\omega_c-\omega_T)t) + 2\sin(\omega_T t)\right]$$

4. LPF- סינון לקבלת אות נמדד בלבד.
סינון אידיאלי של תדר הגל הנושא (התדר הגבוה) נותן:

$$V_{out}(t) = -\frac{\alpha r A A_c^2 A_T}{2(1+r)^2}\sin(\omega_T t) \tag{4}$$

**זהויות שימושיות:**

$$\cos\theta\cos\varphi = \frac{\cos(\theta-\varphi)+\cos(\theta+\varphi)}{2}$$

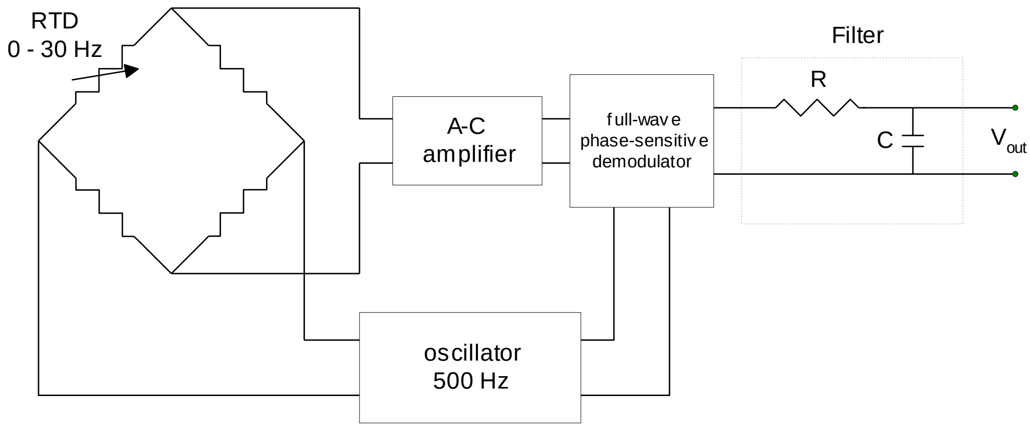
$$\sin\theta\sin\varphi = \frac{\cos(\theta-\varphi)-\cos(\theta+\varphi)}{2}$$

$$\sin\theta\cos\varphi = \frac{\sin(\theta+\varphi)+\sin(\theta-\varphi)}{2}$$

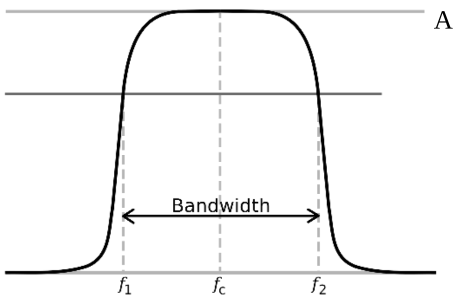
$$\cos\theta\sin\varphi = \frac{\sin(\theta+\varphi)-\sin(\theta-\varphi)}{2}$$

**שאלה מס' 2.**

נתונה המערכת מהשאלה הקודמת למדידת טמפרטורת משטח באמצעות מד טמפרטורה
RTD- $R_1 = R_o\left(1+\alpha\Delta T\right)$ כאשר $\alpha = 0.01[1/C^0]$ $R_o = 100\Omega$.
תדר התופעה הנמדדת הוא מ- 0 עד 30 Hz $\Delta T = A_T\sin(2\pi f_T t) = 50\sin(2\pi f_T t)$.
נתון כי יחס הנגדים: $r = 20$, מתח האספקה הוא $V_C(t) = 25\sin(1000\pi t)$ והגבר
הAC amplifier הוא $A = 10$.



א. נתון גרף תגובת התדירות של מגבר ה-AC. מהו תחום התדרים של אות המוצא ממגבר ה- AC ? מה ייתרון על פני שימוש במגבר DC?




$$f_1 = 100[Hz],\ f_2 = 1000[Hz]$$

ב. רשום ביטוי למתח המוצא מהמכפל (demodulator). מהו תחום התדרים של אות המוצא מהמכפל?

ג. לאחר הוספת המסנן, נדרש כי רכיבי אות שאינם מייצגים ישירות את התופעה הפיזיקלית הנמדדת יונחתו ל 3% לכל היותר.

קבע את גודל הקבל הדרוש במסנן אם נתון שהנגד R הוא בעל התנגדות של 20KΩ

ד. חשב את ההנחתה המקסימלית ואת שינוי הפאזה המקסימלי של האות הנמדד כתוצאה מהוספת המסנן.

**<u>שאלה מס' 2 – פתרון.</u>**

א. תחום התדרים ביציאה ממגבר ה-AC:

נשתמש בביטוי משאלה 1 למציאת $V_a(t)$:

$$(2)\quad V_a(t) = AV_{0,Lin}(t) = -\frac{\alpha r A A_c A_T}{2(1+r)^2}\left[\cos((\omega_c-\omega_T)t) - \cos((\omega_c+\omega_T)t)\right]$$

לפי (2) תחום התדרים של אות המוצא מהמגבר $f_a$ הוא:

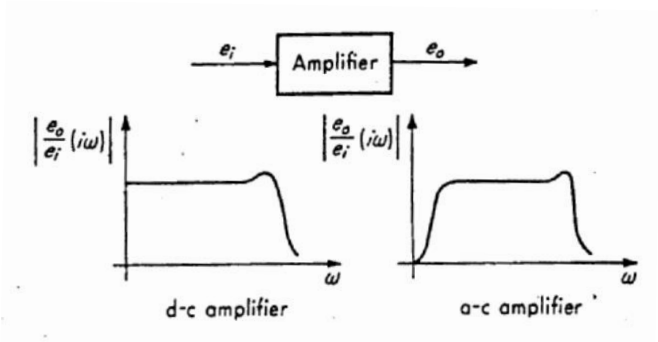
$$f_a \in \left[\ f_c - f_{T,\max}, f_c + f_{T,\max}\ \right]$$

$$f_c = 500\,Hz \quad f_{T,\max} = 30\,Hz$$

$$\rightarrow 470 \le f_a \le 530$$

ניתן לראות שתחום התדרים $f_a$ כלול ברוחב הפס של מגבר הAC.

מתוך הרצאה על מגברים (הרצאה 8 שקף 18):




ניתן לראות כי מגבר AC דוחה הפרעות בתדרים נמוכים, לדוגמא רעש בתדר רשת החשמל (50-60 Hz) יידחה. חשוב לציין כי רעשים שנאספו בעת המדידה לא יסוננו.

ב. נרשום את הביטוי למתח המוצא מהמכפל ע"י שימוש בנוסחה (3) משאלה 1:

$$(3)\qquad V_d(t) = -\frac{\alpha r A A_c^2 A_T}{4(1+r)^2}\left[\sin((2\omega_c+\omega_T)t) - \sin((2\omega_c-\omega_T)t) + 2\sin(\omega_T t)\right]$$

נציב את כל הנתונים:

$$r = 20,\ \alpha = 0.01[1/C^0], A = 10,$$

$$A_c = 25,\ f_c = 500\left[Hz\right]$$

$$A_T = 50, \omega_T = 2\pi f_T\ ,\ 0 \le f_T \le 30\left[Hz\right]$$

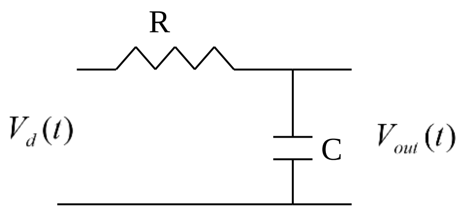
$$(3)\qquad V_d(t) = -\frac{0.01\cdot 10\cdot 20\cdot 25^2\cdot 50}{4\cdot(1+20)^2}\left[\sin((2\pi 1000 + 2\pi f_T)t) - \sin((2\pi 1000 - 2\pi f_T)t) + 2\sin(2\pi f_T t)\right]$$

$$= -35.43\left[\sin((2\pi 1000 + 2\pi f_T)t) - \sin((2\pi 1000 - 2\pi f_T)t) + 2\sin(2\pi f_T t)\right]$$

לפי הביטוי הנ"ל תחום התדרים של אות היציאה מהמכפל:

$$f_d \in \left[ f_{T,\min}, f_{T,\max} \right], \left[ 2f_c - f_{T,\max}, 2f_c + f_{T,\max} \right]$$
$$f_c = 500\,Hz \quad f_{T,\min} = 0\,Hz,\ f_{T,\max} = 30\,Hz$$
$$\rightarrow 0 \le f_d \le 30 \ \ \& \ \ 970 \le f_d \le 1030 \quad Hz$$

ג. נבטא את $V_{out}(t)$:




$$V_{out} = V_d \cdot \underbrace{\frac{1}{\tau s + 1}}_{H(s)}$$

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$

נדרוש כי תחום התדרים $970 \le f_d \le 1030$ יונחת ביותר מ-3%. ולכן נדרוש עבור $f = 970Hz$:

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+(2\cdot 970\pi)^2\tau^2}} \le 0.03$$

$$\frac{1}{1+(2\cdot 970\pi)^2\tau^2} \le 0.03^2$$

$$\tau \ge 5.47\cdot 10^{-3}$$

נזכור כי $\tau = RC$ ולכן -

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{5.47\cdot 10^{-3}}{20{,}000} \rightarrow C \ge 0.273\mu F$$

ד. נחשב את ההנחתה המקסימלית ואת שינוי הפאזה של האות הנמדד כתוצאה מהוספת המסנן.
האות הנמדד הוא בתחום תדרים $0-30Hz$, ההנחתה והפאזה המקסימאליים מתקבלים עבור התדר הגבוה ולכן:

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$

$$\angle H(s) = -\operatorname{atan}\left(\omega\tau\right)$$

$$for \quad \omega = 2\pi\cdot 30 \ \left[\frac{rad}{\sec}\right] \quad \tau = 5.47\cdot 10^{-3}\sec$$

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(60\pi\right)^2\left(5.47\cdot 10^{-3}\right)^2}} = 0.696$$

$$\angle H(s) = -\operatorname{atan}\left(60\pi\cdot 5.47\cdot 10^{-3}\right) = -46^0$$

## Common Mode Rejection Ratio-CMRR

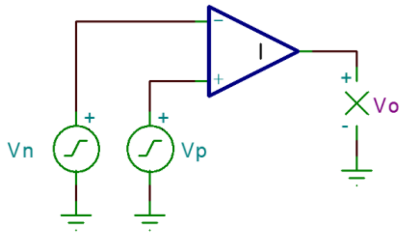
תופעה הנובעת מאי האידיאליות של המגבר. למוצא המגבר מתווסף רכיב התלוי בממוצע ערכי הכניסות למגבר (common mode):

$$V_{cm}=\frac{V_p+V_n}{2} \quad , \quad V_{id}=V_p-V_n$$

$$V_{out}=A_{dm}\cdot V_{id}+A_{cm}V_{cm}$$

$A_{dm}$ – Differential mode gain

$A_{cm}$ – Common mode gain




הגדרת ה-CMRR :

$$CMRR=\frac{A_{dm}}{A_{cm}}$$

עבור מגבר אידיאלי מתקיים $A_{cm}\to 0 \quad , \quad A_{dm}\to\infty$ :

$$CMRR_{ideal}=\frac{A_{dm}\to\infty}{A_{cm}\to 0}\to\infty$$

**דוגמא לCMRR במפרט:**

TEXAS INSTRUMENTS

**OPA376**
**OPA2376**
**OPA4376**

www.ti.com

SBOS406D – JUNE 2007 – REVISED AUGUST 2010

**ELECTRICAL CHARACTERISTICS: $V_S$ = +2.2V to +5.5V**

**Boldface** limits apply over the specified temperature range: $T_A$ = –40°C to +125°C.
At $T_A$ = +25°C, $R_L$ = 10kΩ connected to $V_S/2$, $V_{CM} = V_S/2$, and $V_{OUT} = V_S/2$, unless otherwise noted.

| PARAMETERS | | CONDITIONS | OPA376, OPA2376, OPA4376 MIN | TYP | MAX | UNIT |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **INPUT VOLTAGE RANGE** | | | | | | |
| Common-Mode Voltage Range | $V_{CM}$ | | (V–) – 0.1 | | (V+) + 0.1 | V |
| Common-Mode Rejection Ratio | CMRR | (V–) < $V_{CM}$ < (V+) – 1.3 V | 76 | 90 | | dB |

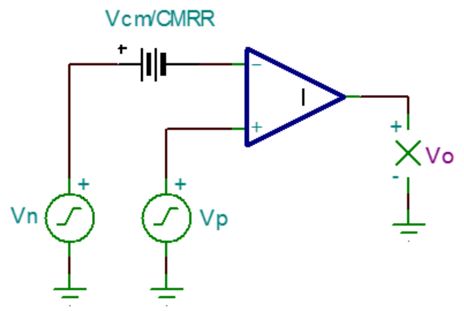
שימו לב שנהוג להגדיר CMRR ביחידות dB. על מנת לבצע חישובי שגיאות יש לבצע מעבר להגבר טהור באמצעות הקשר –

$$CMRR_{dB}=20\log_{10}\left(CMRR\right)$$

$$\to CMRR=10^{\frac{CMRR_{dB}}{20}}$$

**שאלה 3-**

נהוג למדל מגבר לא אידיאלי באופן הבא-




במודל זה מתווסף מקור מתח על הצד השלילי של המגבר שערכו $\frac{V_{cm}}{CMRR}$.

בדוק שהמידול הנ"ל של מגבר לא אידיאלי הוא נכון. כלומר הראה שמתקיים-

$$V_o = A_{dm}(V_p - V_n) + A_{cm}V_{cm}$$

**פתרון שאלה 3-**

עבור מגבר אידיאלי –

$$V_o = A_{dm}(V^+ - V^-)$$

במודל המוצע מתקיים –

$$V^+ = V_p \quad , \quad V^- = V_n - \frac{V_{cm}}{CMRR}$$

כלומר –

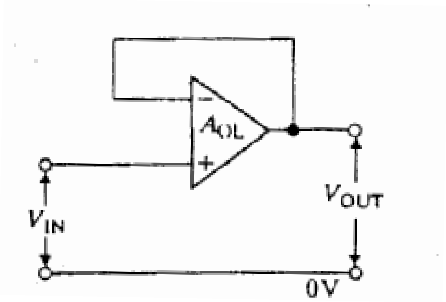
$$V_o = A_{dm}(V_p - V_n + \frac{V_{cm}}{CMRR}) = A_{dm}(V_p - V_n) + A_{dm}\frac{V_{cm}}{CMRR}$$

לפי הגדרה $CMRR = \frac{A_{dm}}{A_{cm}}$ ולכן-

$$V_o = A_{dm}(V_p - V_n) + A_{cm}V_{cm}$$

**שאלה 4-**

בהרצאה ראינו מגבר המשמש כחוצץ (buffer) והוא נתון במקרה האידיאלי על-ידי:

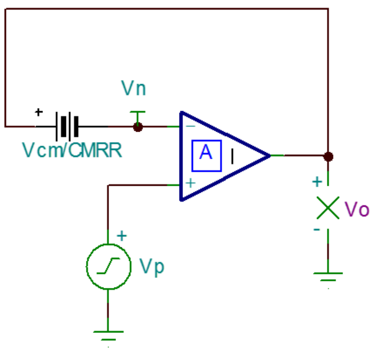



ניתן לראות שבמצב זה:

$$V_{out} = V_{in}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 1$$

נתון חוצץ עם מגבר לא אידיאלי כנתון בשרטוט הבא. חשב את יחס המתחים האמיתי $\frac{V_o}{V_p}$.



**פיתרון שאלה 4-**

נשתמש בהנחה שההגבר שואף לאינסוף ולכן-

$$\begin{cases} V_o = V_n + \dfrac{V_{cm}}{CMRR} \\ V_n \approx V_p \end{cases}$$

$$\rightarrow V_o = V_p + \frac{V_{cm}}{CMRR}$$

$$\rightarrow \frac{V_o}{V_p} = 1 + \frac{V_{cm}}{V_p}\frac{1}{CMRR}$$

נזכור ש $V_{cm} = V_n \approx V_p$ ולכן-

$$\frac{V_o}{V_p} = 1 + \frac{1}{CMRR}$$