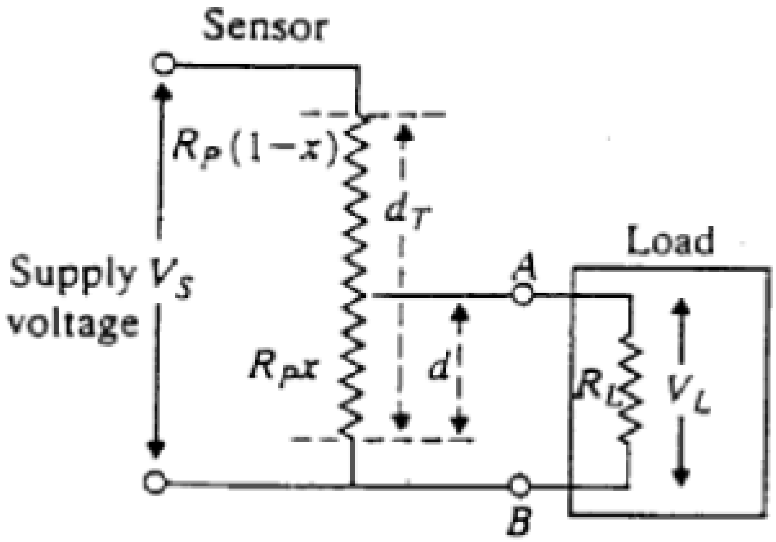
<u>תרגיל כיתה מס' 3.</u>

מה בתרגול?

- *העמסה חשמלית*
- *מדי עיבור*
- *RTD and NTC*
- *Anenometer*

שאלה מס. 1



נתון חיישן למדידת תזוזה המבוסס על פוטנציומטר כמתואר בציור.

נסמן את התזוזה היחסית כ- $x=\frac{d}{d_T}$ ואת ההתנגדות הכוללת של מלוא האורך של הפוטנציומטר R_p.

מודדים את מפל המתחים על מוצא החיישן (מפל המתחים בין טרמינל A ל B)
בעזרת מד מתח עם התנגדות כניסה R_L

א. מצא/י את V_L כפונקציה של x, R_p, R_L, V_S . האם הקשר בין V_L ל x הוא ליניארי או לא?

ב. נסמן את השגיאה כ $e_N = V_{AB} - V_L$ (זוהי השגיאה האבסולוטית של המתח כאשר המעגל פתוח פחות המתח אחרי חיבור מד המתח). בטא\י שגיאה זו כפונק' של הפרמטרים x, R_p, R_L, V_S

ג. נרצה לוודא שהנק' בה מתקבלת שגיאה מקסימלית תתרחש עבור ערך גדול ככל האפשר של x, ובנוסף שהשגיאה המקסימלית תהיה קטנה ככל האפשר. נוכל לשלוט בפרמטר אחד בלבד - ההתנגדות R_L. האם ניתן למלא את שתי הדרישות בו-זמנית, או שמדובר בtradeoff?

פתרון

א. את הביטוי למתח המוצא של החיישן כתלות בתזוזה x, נקבל מתוך מעגל הפוטנציומטר:

$$V_L = V_S \cdot \frac{R_L \parallel R_P x}{R_L \parallel R_P x + R_P(1-x)} = V_S \cdot \frac{\dfrac{R_L \cdot \cancel{R_P} x}{R_L + R_P x}}{\dfrac{R_L \cdot \cancel{R_P} x}{R_L + R_P x} + \cancel{R_P}(1-x)} =$$

$$= V_S \cdot \frac{\dfrac{R_L x}{R_L + R_P x}}{\dfrac{R_L x}{R_L + R_P x} + (1-x)} = V_S \cdot \frac{R_L x}{R_L x + (1-x)\left(R_L + R_P x\right)} = V_S \cdot \frac{R_L x}{\cancel{R_L x} + R_L + R_P x - \cancel{R_L x} - R_P x^2} =$$

$$= V_S \cdot \frac{R_L x}{R_L + R_P x - R_P x^2} \cdot \frac{\dfrac{1}{R_P}}{\dfrac{1}{R_P}} = \frac{\dfrac{R_L}{R_P} x}{\dfrac{R_L}{R_P} + x - x^2} \underbrace{=}_{\left(\frac{R_L}{R_P}=k\right)} V_S \cdot \frac{kx}{k + x(1-x)}$$

ב. נפתח לפי מחלק מתח:

$$V_{AB} = V_s \frac{R_p x}{R_p} = V_s x$$

$$e_N = V_{AB} - V_L = V_s\left(x - \frac{kx}{k + x(1-x)}\right) = V_s \frac{kx + x^2(1-x) - kx}{k + x(1-x)}$$

$$= V_s \frac{x^2(1-x)}{k + x(1-x)}$$

ג. נפתח את נגזרת השגיאה:

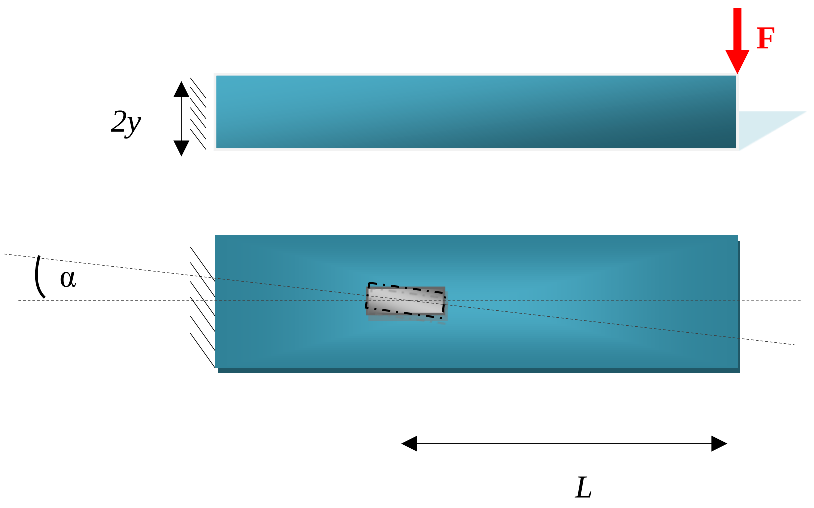
$$\frac{\delta e_N}{\delta x} = \frac{x(x^3 - 2x^2 + (1-3k)x + 2k)}{\left(k + x(1-x)\right)^2}$$

ניתן לראות כי קיימת נקודת קיצון בראשית, אך בדיקה קצרה מעלה כי מדובר בנקי' מינימום (כצפוי). בדיקה של הנקודה $x = 1$ מראה כי הנגזרת בה שלילית לכל $k > 0$. לכן בהכרח יש נקי' מקסימום בתוך התחום.

ניתן לראות כי נקי' המקסימום מתקבלת בסביבת $x = 1$ עבור ערכים קטנים מאוד של k, ולעומת זאת עבור ערכים גדולים של k נקבל את נקודת המקסימום בסביבת $x = \frac{2}{3}$. מצד שני, ערכים גדולים של k יאפשרו להקטין את השגיאה.

שאלה מס.2

על קורה הנתונה לכפיפה (הקורה רתומה משמאל) הורכב מד עיבור למדידת הדפורמציה בכיוון הצירי.



מבט צד :

מבט על :

א. עבור סטייה מקסימלית אפשרית של זוית α בהרכבת מד העיבור, מצא את השגיאה המקסימלית בקריאת העיבור.

נתון :
E, I, F, L, y, υ

ב. מצא את ערך השגיאה היחסית בקריאת העיבור, עבור ערכי $\alpha = 1,2^{\circ}$

נתון : $\upsilon = 0.285$

ג. מה תהיה השגיאה היחסית במדידת הכוח בהינתן סטיה במיקום מד העיבור?

פתרון:

א)

מומנט הכפיפה בנקודת המדידה:

$$M = FL$$

נחשב את מטריצות המאמצים והעיבורים על פני השפה החופשית – נחשב את σ_{11} לפי חישוב מאמץ נורמלי בכפיפה:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{FLy}{I} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

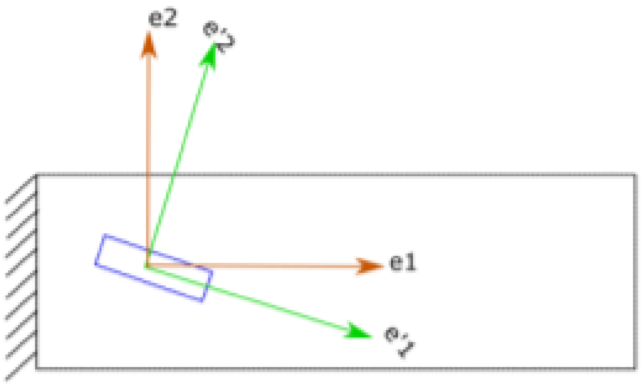
העיבור בכיוון e_1 הוא:

$$\varepsilon_{11} = \sigma_{11}/E$$

והעיבור בציר הניצב יחושב לפי יחס פואסון.

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{FLy}{EI} & 0 \\ 0 & -\dfrac{\nu FLy}{EI} \end{pmatrix}$$

כעת, נחשב את מטריצת הסיבוב לקבלת העיבורים במערכת הצירים המסובבת בזווית α (מעי' הצירים של מד העיבור)



הנחנו סיבוב עם כיוון השעון ולכן נציב במשוואת הטרנספורמציה $\phi=-\alpha$:

$$\varepsilon_{11}^{'}=\frac{\varepsilon_{11}+\varepsilon_{22}}{2}+\frac{\varepsilon_{11}-\varepsilon_{22}}{2}\cos 2\alpha-\frac{\gamma}{2}\sin 2\alpha=$$
$$=\frac{\frac{FLy}{EI}-\nu\frac{FLy}{EI}}{2}+\frac{\frac{FLy}{EI}+\nu\frac{FLy}{EI}}{2}\cos 2\alpha=$$
$$=\left(\frac{1}{2}\frac{FLy}{EI}\right)\left(1-\nu+\cos 2\alpha+\nu\cos 2\alpha\right)$$
$$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\left(\alpha\right)=2\cos^2\left(\alpha\right)-1$$
$$\varepsilon_{11}^{'}=\frac{FLy}{EI}\left(\cos^2\left(\alpha\right)-\nu\sin^2\left(\alpha\right)\right)$$

השגיאה האבסולוטית בקריאת העיבור היא ההפרש בין העיבור האמיתי של הקורה לבין העיבור בפועל אותו מודד מד העיבור

$$\Delta\varepsilon=\varepsilon_{11}-\varepsilon_{11}^{'}=\frac{FLy}{EI}\left(1-\cos^2\left(\alpha\right)+\nu\sin^2\left(\alpha\right)\right)$$

ב)

נחשב מספרית עבור
$\alpha=1°,2°$

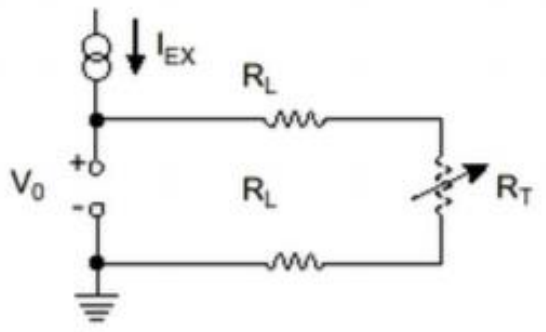
$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{11}}=\left[1-\cos^2\left(1°\right)+\nu\sin^2\left(1°\right)\right]*100\%=0.039\left[\%read\right]$$
$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{11}}=\left[1-\cos^2\left(2°\right)+\nu\sin^2\left(2°\right)\right]*100\%=0.16\left[\%read\right]$$
$$\frac{\Delta F}{F_{real}}=\frac{F_{sam}-F_{real}}{F_{real}}=\frac{\frac{EI}{Ly}\varepsilon_{11}^{'}-\frac{EI}{Ly}\varepsilon_{11}}{\frac{EI}{Ly}\varepsilon_{11}}=\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{11}}$$

ג)
כפי שראינו, הקשר בין הכח לעיבור נתון על ידי:

$$\varepsilon=\frac{Ly}{EI}F$$
בגלל קשר ליניארי אנחנו נקבל אותה שגיאה באחוזים.

מדידת טמפרטורה באמצעות חיישנים התנגדותיים

שיטת 2 החוטים:

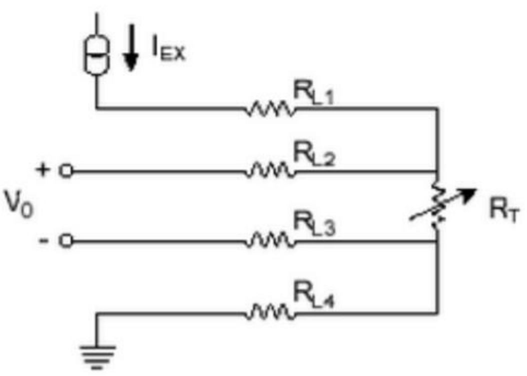


$$V_{RTD} = I_{ex}R_{tot} = I_{ex}\left(R_{RTD} + 2R_L\right)$$

בשיטה זו, מחברים את אותו קצה של חוט ה RTD-ליציאת הזרם הקבוע וגם לכניסת מודד המתח. בשיטה זו קיים אי דיוק עקב התנגדות בחוטים המובילים לחיישן ה, RTD-וכתוצאה מכך המתח הנמדד V0גדול משמעותית מהמתח הנופל על חיישן ה RTD -בעצמו. למדידה מדויקת יותר יש להשתמש בשיטת ה-4 חוטים.

שיטת 4 החוטים :

בשיטה זו משתמשים בחוטים נפרדים עבור זרם ההפעלה ועבור מדידת המתח.
בשיטה זו התנגדות החוט המוביל את הזרם ל RTD -אינה משפיעה על דיוק המדידה, מכיוון שלא עובר זרם דרך מד המתח (מד המתח מייצר העמסה חשמלית מזערית).



טרמיסטור

לרוב המוליכים למחצה. הקשר בין ההתנגדות לטמפרטורה הוא לא ליניארי (בקירוב מתנהג כקשר אקספוננציאלי). הקשר בין התנגדות הטרמיסטור לטמפרטורה עבור טרמיסטור NTC :

$$R(T) = R_0 \exp\left(B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right)$$

כאשר :

$R(T)$ - התנגדות בטמפרטורה הקיימת בחדר

B - קבוע התלוי בחומר ממנו עשוי הטרמיסטור (בדר"כ יינתן ביחידות של קלווין אבל יש לשים לב להציב את T בהתאם.)

T_0 - טמפרטורת הייחוס של הטרמיסטור.

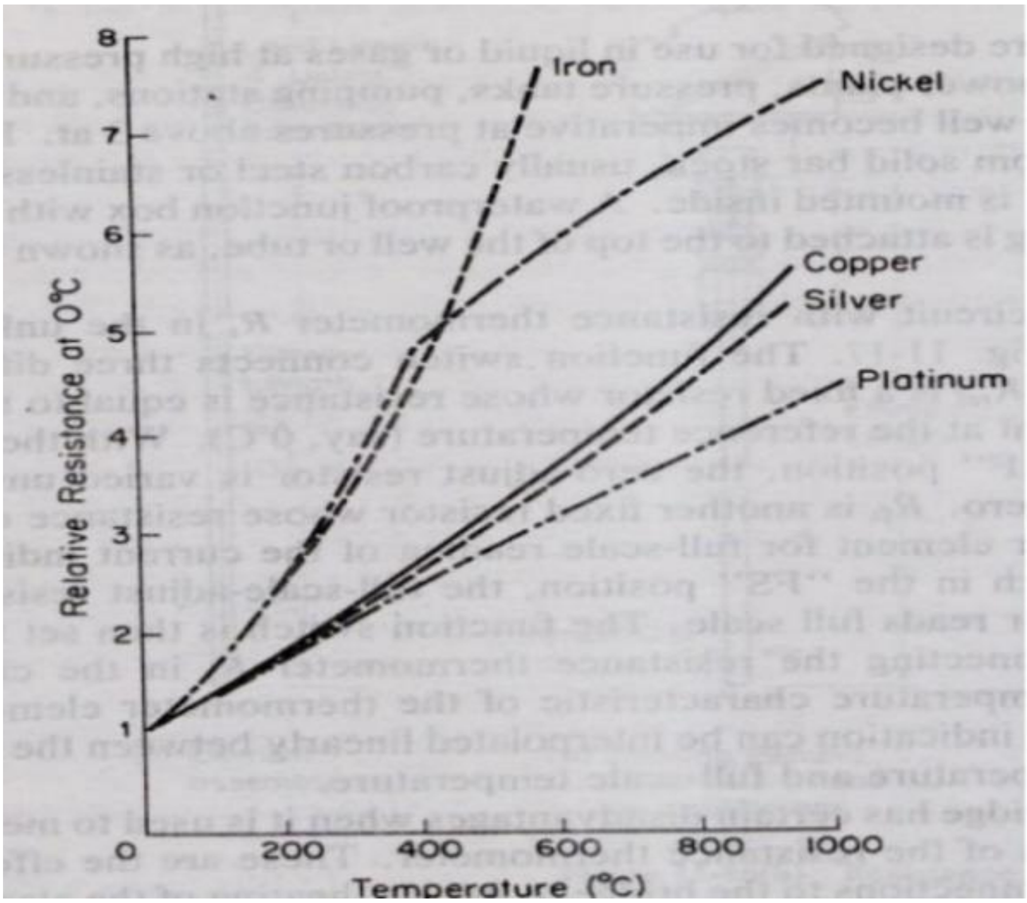
R_0 - התנגדות הטרמיסטור בטמפ' הייחוס

<u>שאלה מס.3</u>

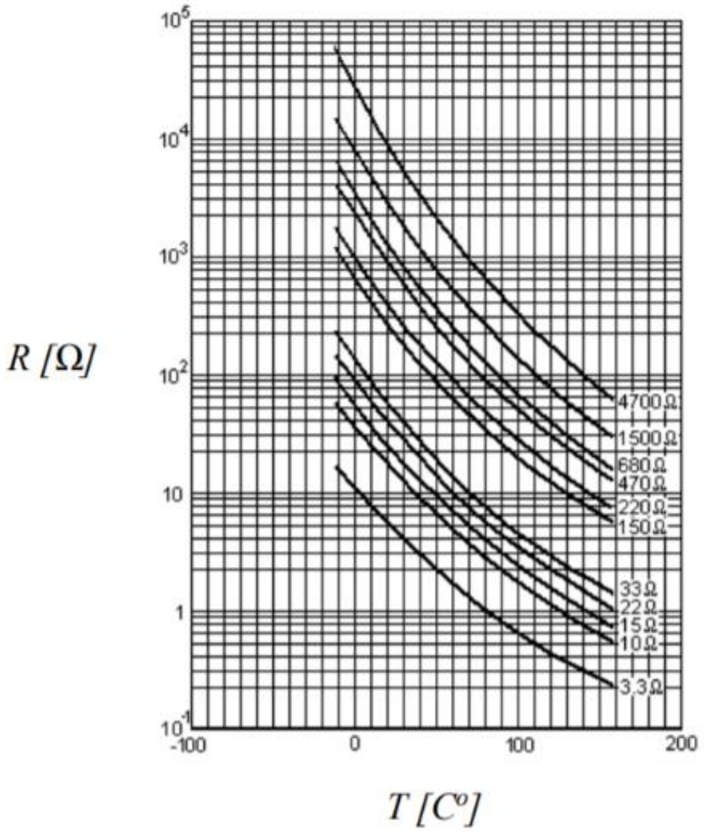
עבור מדידת חיישן RTD נדרש להשתמש במודד ייעודי המסוגל לספק מקור זרם קבוע. קיימות מספר שיטות למדידת ההתנגדות של חיישנים התנגדותיים מסוג RTD.

נדרש למצוא חיישן למדידת טמפרטורה בתחום $0-350°C$. נתונים מספר חיישנים הבנויים מחומרים שונים, ניתן לראות בגרפים הבאים את אופיין שינוי ההתנגדות כתלות בטמפרטורה לכל חיישן.

חיישני RTD :



תרמיסטור NTC:



א) איזה חיישן נבחר? בהתחשב בשיקולי טווח, ליניאריות ורגישות.
ב) הוחלט לבחור את החיישן העדיף משיקולי ליניאריות וטווח. עבור חיישן זה נתון כי ההתנגדות R_T לטמפרטורה T נתונה ע"י:

$$R_T = R_0\left(1+\alpha T+\beta T^2\right)$$

$$R_0 = 100[\Omega]$$

$$R_{100} = 138.5[\Omega]$$

$$R_{200} = 175.8[\Omega]$$

חשבו את הערכים של α,β

ג) מצאו את תחום העבודה של מד המתח בו נמדוד את המתח על החיישן. הניחו זרם עירור של $1mA$
ד) התקבלה קריאה של $200mV$. במד המתח. מה הטמפרטורה שמודד החיישן?
ה) מצאו ביטוי לשגיאת ההעמסה כ $FS\%$. בשיטת ה-2 חוטים ובשיטת ה-4 חוטים. הניחו מד מתח אידאלי.

פתרון:

א) משיקולי לינאריות נבחר בחיישן הפלטינום. משיקולי רגישות נבחר בחיישן ניקל או ברזל. התרמיסטור אינו מתאים מבחינת טווח הטמפרטורות.

ב) ע״י הצבת הטמפרטורות הנתונות והשוואת התוצאה לערכים הנתונים נקבל שתי משוואות עם שני נעלמים:

$$\begin{cases} R_{100} = 138.5 = 100*\left(1+100\alpha+100^2\beta\right) \\ R_{200} = 175.83 = 100*\left(1+200\alpha+200^2\beta\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0.385 = 100\alpha+100^2\beta \\ 0.7583 = 200\alpha+200^2\beta \end{cases}$$

$$\beta = -5.85*10^{-7}\left[\frac{1}{°C^2}\right]$$

$$\alpha = 3.9085*10^{-3}\left[\frac{1}{C}\right]$$

ג) נמצא את תחום העבודה של מד המתח על פי טווח הטמפרטורות בהן נרצה לעבוד.

$$T_{\min} = 0°C \qquad T_{\max} = 350°C \qquad I_0 = 1[mA]$$

$$V_{RTD\_\min} = I_0R_0\left(1+\alpha T_{\min}+\beta T_{\min}^2\right) = 100mV$$

$$V_{RTD\_\max} = I_0R_0\left(1+\alpha T_{\max}+\beta T_{\max}^2\right) = 229.63mV$$

ד) עבור $V_0 = 200mV$:

$$V_{RTD} = I_0R_0\left(1+\alpha T+\beta T^2\right) = 200mV$$

$$T_{1,2} = \boxed{266.48}, 6414.72\,^oC$$

ה) שגיאת העמסה:

שיטת 2 החוטים:

ראשית נחשב את המתח על החיישן:

$$V_0 = I_{ex}R_{tot} = I_{ex}\left(R_{RTD}+2R_L\right)$$

שגיאת ההעמסה היחסית נתונה ע"י:

$$e_{L,rel} = \frac{V_0 - V_{RTD}}{FS_V} = \frac{I_{ex}\left(R_T + 2R_L\right) - I_{ex}R_T}{FS_V} = \frac{2I_{ex}R_L}{FS_V}$$

ניתן לראות כי שגיאת העמסה תקטן ככל שהתנגדות התילים תלך ותקטן.

שיטת 4 חוטים:
תחת ההנחה כי מד המתח הוא אידיאלי, לא תהיה שגיאת העמסה מכיוון שהמתח הנמדד הוא המתח על החיישן.

שאלה מס.4

לצורך מדידת מהירות זרימת אוויר הוחלט להשתמש בחיישן Hot-wire anemometer. לצורך כל נלקח חוט פלטינום באורך של 1ס״מ וקוטר של 0.1מ״מ.

מקדם התנגדות של החוט עבור טמפרטורת הסביבה שהיא $T_a = 20°C$ הוא:
$\rho = 0.11 \mu\Omega m$

א) יש לחשב את הזרם אספקה הדרוש כדי לשמור על טמפרטורה של $T_W = 50°C$
עבור מקדם מעבר חום של $h = 300\left[\frac{W}{m^2K}\right]$.
מה הספק החום הנפלט לסביבה?

ב) לצורך מדידה של של מהירות זרימה הוחלט להשתמש במקור זרם קבוע של $0.3[A]$.
מה יהיה מקדם מעבר חום אם ההתנגדות הנמדדת היא $R_W = 0.145[\Omega]$?

פתרון:

א) במצב שיווי משקל נקבל:

$$I^2 R_W = hA_W (T_W - T_a)$$

נמצא את הנתונים:

$$A_W = 2L\pi D = 2*0.01*\pi*0.0001 = 6*10^{-6}\left[m^2\right]$$

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{A} = \rho_0 \frac{4L}{\pi D^2} = 0.11*10^{-6} \frac{4*10^{-2}}{\pi\left(10^{-4}\right)^2} = 0.14[\Omega]$$

$$R_W = R_0(1+\alpha\Delta T) = R_0(1+\alpha(T_W - T_a)) = 0.14\left(1+3.9*10^{-3}*30\right) =$$

$$= 0.147$$

$$I^2 = \frac{hA_W\left(T_W - T_a\right)}{R_W} = \frac{300*6*10^{-6}*30}{0.147} = 0.37\left[A^2\right]$$

$$I = 0.61[A]$$

$$P = I^2 R_W = 0.054[W]$$

ב) נחשב:

$$R_W = R_0(1+\alpha(T_W - T_a)) \rightarrow T_W - T_a = \frac{\frac{R_W}{R_0} - 1}{\alpha} = \frac{\frac{0.145}{0.14} - 1}{3.9*10^{-3}} = 9.15$$

$$h = \frac{I^2 R_W}{A_W\left(T_W - T_a\right)} = \frac{0.3^2 * 0.145}{6*10^{-6}*9.15} = 237.7\left[\frac{W}{m^2K}\right]$$