תרגיל כיתה מס' 2.

מה בתרגול?

- *המשך תרגול שגיאות*
- *רווח חיזוי ורווח סמך*
- *חיישנים מבוססי פוטנציומטר*

<u>שאלה מס. 1</u>

ההתנגדות החשמלית של נגד מתכתי נתונה ע"י :

$$R = R_0[1+\alpha(T-20)]$$

כאשר נתונים :

- ההתנגדות החוט ב- 20 ºC

$$R_0 = 6\Omega \pm 0.3\%$$

- המקדם התרמי של ההתנגדות

$$\alpha = 0.004\frac{1}{°C} \pm 1\%$$

- טמפ' החוט

$$T = 30°C \pm 1°C$$

מהי התנגדות החוט?

<u>פתרון</u>

$$R_{nom} = 6\Omega[1 + 0.004(30-20) = 6.24\Omega$$
$$u_{R_o} = 0.3\% \cdot 6\Omega = 1.8 \cdot 10^{-3}\Omega$$
$$u_\alpha = 1\% \cdot 0.004°C^{-1} = 4 \cdot 10^{-5}°C^{-1}$$
$$u_T = 1°C$$
$$\frac{\partial R}{\partial R_0} = 1+\alpha\left(T-20\right) = 1+(0.004)(30-20) = 1.04$$
$$\frac{\partial R}{\partial \alpha} = R_0\left(T-20\right) = (6)(30-20) = 60$$
$$\frac{\partial R}{\partial T} = R_0\alpha = (6)(0.004) = 0.024$$
$$U_{RSS} = \left[\left(1.04\right)^2\left(0.018\right)^2 + \left(60\right)^2\left(4x10^{-5}\right)^2 + \left(0.024\right)^2\left(1\right)^2\right]^{1/2} =$$
$$0.030525\ \left[\Omega\right] \quad \text{or} \quad 0.49\ \%$$

<u>שאלה מס. 2</u>

נתון חיישן למדידת לחץ אוויר דפרנציאלי (מפרט בעמוד הבא). עבור ערכי לחץ אוויר ותנאי סביבה הבאים יש לקבוע האם ניתן להשתמש בחיישן הנתון למדידה ומה ערך שגיאה במדידה RMS?

א. לחץ אוויר של 7 psi.
ב. לחץ אוויר נומינלי של 20 kPa, כאשר לחץ אוויר משתנה בקפיצות של 0.001 kPa.
ג. לחץ אוויר של 5 inHg, כאשר טמפרטורת סביבה 60 מעלות צלזיוס.
ד. לחץ אוויר של 0.2 bar, התופעה תונדת בשינוים של 0.002 bar, טמפ׳ סביבה, 25 מעלות צלזיוס.

<u>פתרון</u>

א. נתון תחום מדידה של: $\pm 5\ [psi]$
לכן החיישן לא מתאים.

יש לציין כי הנתון: Maximum Pressure 20psi מייצג את הלחץ המקסימלי בו החיישן יוכל לעמוד לפני הרס.

ב. אמנם 20 נמצא בתוך תחום המדידה. אבל דרישת הרזולוציה לא מתקיימת.

ג. דרישת הטווח מתקיימת. אולם דרישת הטמפ׳ עבודה לא.

ד. ניתן להשתמש בחיישן.

Introduction

Congratulations on your purchase of the Extech 406800 Differential Pressure Manometer. This device measures Gauge/Differential Pressure from 0 to 138.3 inH_2O (inches of water). It features 11 selectable units of measure: inH_2O, psi, bar, mbar, kPa, inHg, mmHg, $ozin^2$, ftH_2O, cmH_2O, $kgcm^2$. Additional features include: Data Hold, Auto Power Off disabled, and an RS-232 for capturing readings to a PC using optional software (407752). Careful use of this meter will provide years of reliable service.

Specifications

Function	Range	Resolution
inH_2O	$\pm 138.3 inH_2O$	$0.1 inH_2O$
psi	±5.000psi	0.001psi
bar	±0.344bar	0.001bar
mbar	±344.7mbar	0.1mbar
kPa	±34.47kPa	0.01kPa
inHg	±10.18inHg	0.01inHg
mmHg	±258.5mmHg	0.1mmHg
$ozin^2$	$\pm 80.00 ozin^2$	$0.01 ozin^2$
ftH_2O	$\pm 11.53 ftH_2O$	$0.01 ftH_2O$
cmH_2O	$\pm 350.1 cmH_2O$	$0.1 cmH_2O$
$kgcm^2$	$\pm 0.351 kgcm^2$	$0.001 kgcm^2$

Display	Dual LCD
Accuracy	±0.3%FS
Repeatability	±0.2%FS
Linearity/Hysteresis	±0.2%FS
Connectors	Two metal 4.8mm ports for flexible tubing
Maximum Pressure	20psi
Response Time	0.5 seconds typical
Compatibility	Air or Non-Corrosive Gases
Low Battery Indicator	Yes
Overrange Indicator	Err.1
Underrange Indicator	Err.2
Operating Conditions	32 to 122°F (0 to 50°C); < 80% RH non-condensing
Storage Conditions	-4 to 140°F (-20 to 60°C); <80% RH non-condensing
Power Supply	1 x 9V battery
Dimensions / Weight	7.1 x 2.8 x 1.1" (182 x 72 x 30mm); 7.7 oz. (220g)

Note: Exceeding maximum pressure will cause sensor damage.

<u>שאלה מס. 3</u>

עבור מכשיר למדידת כוח נתון המפרט הבא:

עבור מכשיר למדידת כוח נתון המפרט הבא:

Resolution:	0.22 N
Input range:	0 – 100 N
Output range:	0 to 5 Volt
Linearity:	±0.2 % full scale (FSO)
Sensitivity error:	±1.0 % of reading
Repeatability:	0.15 N over range
Temperature Coefficient of Sensitivity:	0.08 %/°C
Calibration Temperature:	20 °C

משתמשים במכשיר למדידת קבוע קפיץ ליניארי. עם מכשיר מדידת הכוח מודדים את הכוח המופעל על הקפיץ כאשר במכשיר נוסף המודד תזוזה מודדים את התארכות הקפיץ. נתונות חלק מהמדידות שהתקבלו ממכשיר מדידת הכוח:

ניסוי	1	2	3	4
מתח [V]	0	0.05	0.1	0.15

א. חשבו את הרגישות הנומינלית של החיישן
ב. חשבו את ערכי הכוח הנומינליים שנמדדו בהתחשב ברגישות הנומינלית
ג. חשבו את השגיאות השונות ורשמו האם הן שגיאות S.F או reading
ד. חשבו את ערכי הכוחות הנמדדים בהתחשב באי וודאות כתוצאה מכל השגיאות .המירו את ערכי המדידות מיחידות מתח ליחידות [N] בהתחשב בשגיאות השונות.

פתרון

א. מהמפרט ניתן לחשב את רגישות החיישן:

$$S = \frac{FS_{output}}{FS_{input}} = \frac{5}{100} = 0.05\left[\frac{Volt}{N}\right]$$

ב. עבור הערכים הנומינליים נרשום את הכוחות:

$$F_{nominal} = \frac{V_{nominal}}{S_{nominal}}$$

$$F(V_1) = 0[N]$$

$$F(V_2) = 1[N]$$

$$F(V_3) = 2[N]$$

$$F(V_4) = 3[N]$$

ג. נחשב את השגיאות ביחידות ניוטון (במקרה זה עבור כוח של 2

$$e_{\mathrm{Re}s} = \frac{\mathrm{Re}\,s}{2} = 0.11[N]$$

$$e_{Lin} = \frac{0.2}{100} * FULLSCALE[N] = 0.2[N]$$

$$e_{sen} = \frac{1}{100} * F_i = \frac{1}{100} * 2[N] = 0.02[N]$$

$$e_{rep} = 0.15[N]$$

$$e_{Temp} = \frac{0.08}{100} * \Delta T * reading = 0.024[N]$$

והשגיאה הכוללת היא:

$$e_{total} = \sqrt{\sum_{i=1}^{5} e_i^2} = 0.2735[N]$$

ד. הכוח שחושב כולל שגיאה הוא:

$$F = 2 \pm 0.3[N]$$

רווח חיזוי

רווח חיזוי משמש לקבוע את סטיית התקן של הפילוג שקיבלנו ממדידות של אוכלוסייה המפולגת בצורה נורמלית. כלומר, מדידה עתידית תתרחש בסיכוי P% בתחום רווח החיזוי.

עבור סטיית תקן ידועה:

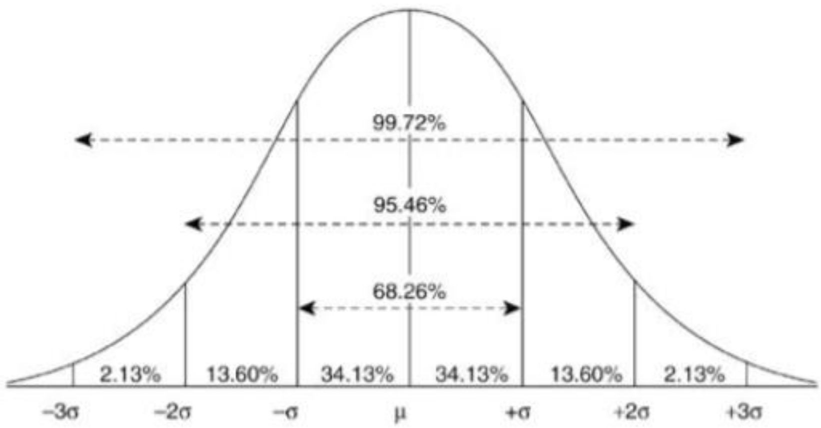
נניח ש x הוא משתנה אקראי עם פילוג נורמאלי. נסמן ב μ את הממוצע של x וב σ^2 את השונות:

$$x \sim N \quad E(x)=\mu \quad Var(x)=E\left[(x-\mu)^2\right]=\sigma^2$$

אחוז מסויים מתוך המדידות העתידיות, אתו נסמן ב P יימצא בטווח רווח החיזוי הנקבע בעזרתסטיית תקן:

$$x \in \left[\mu - z\sigma, \mu + z\sigma\right]$$

עבור $P = 95\%$ $z \cong 2$



עבור סטיית תקן משוערכת מהמדידות הקודמות:

כאשר סטיית התקן האמיתית לא ידועה נשערך אותה ונבצע את החישוב של רווח החיזוי עם התפלגות t (שתלויה בגודל המדגם)

הממוצע המדגמי והשונות המדגמית:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

רווח סמך

רווח החיזוי המדגמי אז הוא :

$$x \in \left[\bar{x} - t_{\nu,p} S_x , \bar{x} + t_{\nu,p} S_x \right]$$

כאשר $t_{\nu,p}$ מוצאים מטבלה כתלות ב P וכתלות בגודל המדגם (דרגות חופש)

רווח סמך משמש לקבוע את רמת המובהקות עבור שיערוך פרמטר קבוע, שערכו אינו משתנה בין המדידות השונות. המשמעות היא שב-אחוז P מהשיערוכים (אם תהליך השיערוך על בסיס דגימה היה מבוצע מספר רב של פעמים), רווח הסמך יכלול את הערך האמיתי של הפרמטר.

נניח פרמטר מסויים קבוע a שמבקשים לשערך. הערך המשוערך $\hat{a}$ נתון על בסיס המדידות x_i , y_i :

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}$$

בהנחה שהשונות של שגיאת המדידה קבועה עבור כל המדידות ונתונה ע״י $Var\left[e_i \right] = S_e^2$ השונות של המשערך נתונה ע״י :

$$Var\left[\hat{a} \right] = \frac{S_e^2}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2} = S_a^2$$

רווח סמך לשיערוך ברמת מובהקות P נתון ע״י :

$$a \in \left[\hat{a} - t_{\nu,p} S_a , \hat{a} + t_{\nu,p} S_a \right]$$

שאלה מס. 4

במפעל יוצרה חבילת מדי-עיבור המכילה 1000 יחידות. מדדו במפעל את ערך ההתנגדות הנומינלית של 20 מדידים שנבחרו באקראי, וכן ביצעו כיול לכל מדיד לקבלת ערך הרגישות של כל אחד מהמדידים לעיבור , כלומר היחס המתח הנופל על הנגד לעיבור . בהנחה שערך ההתנגדות הנומינלית מפולג נורמאלית בין כל המדידים :

א. מה תהיה ההתנגדות של מד-עיבור כלשהו שנבחר באקראי - ברמת וודאות של 95% - כאשר ידוע כי ההתנגדות הנומינלית הממוצעת שהתקבלה היא $\bar{R}_0 = \bar{x} = 120[\Omega]$ והשונות המדגמית היא : $\bar{S}_{R_0}^2 = \bar{S}_x^2 = 0.006$

ב. עבור כיול של מדיד בודד, דרוש לדעת עד כמה מדוייק ערך הכיול שבוצע למדיד ברמת וודאות של 95%, כאשר נתון כי הערך שהתקבל הוא $GF_{est} = \hat{a} = 2.01\left[\frac{\mu\varepsilon}{V}\right]$, השונות בשיערוך ערך הרגישות נתון ע״י $Var\left[GF_{est}\right] = S_{GF}^2 = S_a^2 = 0.0002$ G והשיערוך התבצע על סמך 10 נקודות מדידה.

<u>פתרון</u>

א. בשאלה הזאת נדרשנו למצוא רווח חיזוי עבור אוכלוסייה המפולגת נורמאלית
כאשר $N = 20$ נשאר עם 19 דרגות חופש ולכן נחפש את $t_{19,0.95}$
והתוצאה של השאלה :

$$R_0 = 120 \pm t_{19,0.95} S_x = 120 \pm 2.093 * 0.077 = 120 \pm 0.16[\Omega]$$

ב. בסעיף זה אנו מדברים על כיול של חיישן בודד, כאשר 10 נקודות המדידה מהוות את המדגם שלנו.
נדרש למצוא את רווח הסמך עבור פרמטר משוערך (GF). עבור רמת מובהקות של 95% נקבל את התוצאות הבאות :

$$GF = \hat{a} + t_{9,0.95} S_a = 2.01 \pm 2.262 * 0.014 = 2.01 \pm 0.029$$

נציין כי רווח הסמך שהתקבל נכון אך ורק עבור מד העיבור הספציפי הזה ולא מוסיף שום מידע לגבי GF של כל המדי עיבור שמיוצרים על ידי המפעל.

<u>תזכורת בחשמל</u>

🕭 *עכבה - Impedance*

העכבה מוגדרת לפי היחס בן פאזור המתח לפאזור הזרם :

$$Z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

לאימפדנס יחידות של התנגדות.

נגד :

$$Z_R = \frac{\bar{V}_R}{\bar{I}_R} = R$$

קבל :

$$\bar{I}_C = C\frac{d\bar{V}}{dt} = j\omega C\bar{V}_C$$

$$Z_C = \frac{\bar{V}_C}{\bar{I}_C} = \frac{\bar{V}_C}{j\omega C\bar{V}_C} = -\frac{j}{\omega C}$$

סליל :

$$\bar{V}_L = L\frac{d\bar{I}_L}{dt} = j\omega L\bar{I}_L$$

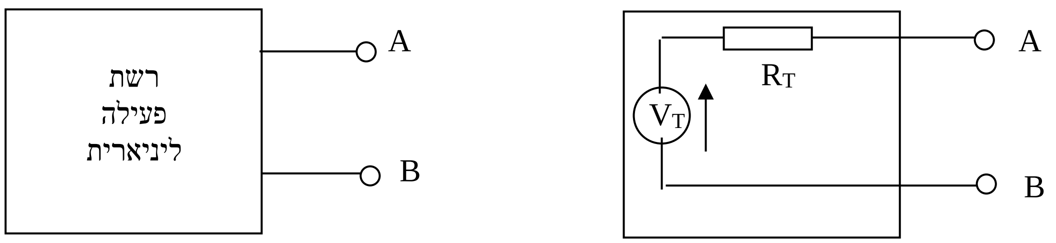
$$Z_C = \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}_L} = \frac{j\omega L\bar{I}_L}{\bar{I}_{LC}} = j\omega L$$

משפטי תבנין ונורטון

משפטים אלו עוסקים בשאלה- כיצד נראית הרשת מנקודת ראות של ענף יחיד?
משפטי תבנין ונורטון מאפשרים לתאר בצורה פשוטה כל רשת חשמלית באמצעות מקור מתח זרם שקול והתנגדות שקולה.

🕭 ***משפט תבנין***

משפט תבנין קובע, כי ניתן להחליף כל רשת פעילה ליניארית בעלת הדקי יציאה AB כמתואר בציור (1-א) במקור מתח יחיד V_T בטור עם עכבה יחידה R_T כמתואר בציור(1-ב).



א　　　　ב

ציור 1

<u>חישוב R_T</u>

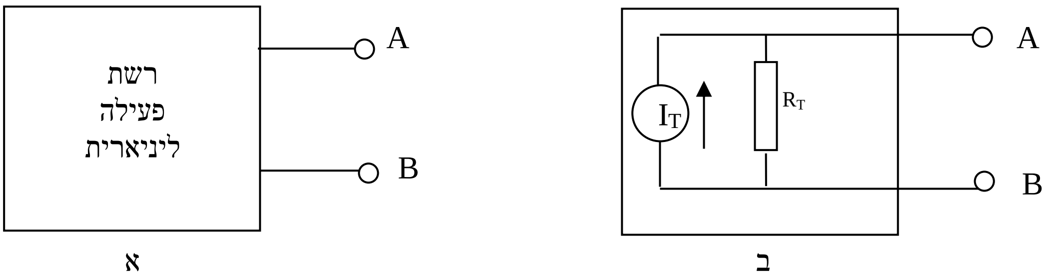
- הפוך כל מקור מתח לקצר
- הפוך כל מקור זרם לנתק
- חשב התנגדות שקולה בין הדקי AB

<u>חישוב V_T</u>

- הנח כי הדקי AB אינן מחוברות לעומס (ישנו נתק ביניהם ולכן אין זרם דרכם)
- $V_T = V_{AB}\Big|_{I=0}$

משפט נורטון

משפט נורטון קובע, כי ניתן להחליף כל רשת פעילה ליניארית בעלת הדקי יציאה AB כמתואר בציור (2-א) במקור זרם יחיד I_N במקביל עם עכבה יחידה Z_N כמתואר בציור(2-ב).



ציור 2

<u>חישוב R_T (כנ"ל)</u>

- הפוך כל מקור מתח לקצר
- הפוך כל מקור זרם לנתק
- חשב התנגדות שקולה בין הדקי AB

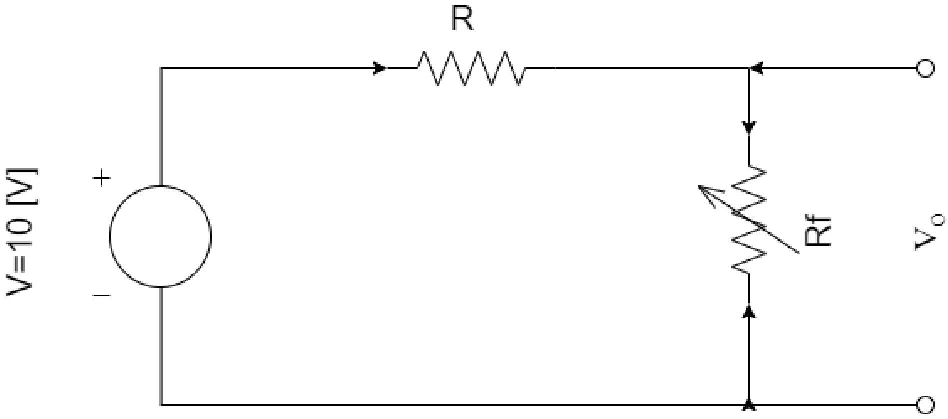
<u>חישוב I_T</u>

- קצר בין נקודות AB
- זרם I_T הוא זרם שיעבור בין AB כאשר יש בינם קצר.

<u>שאלה מס. 5</u>

נתון מד כוח התנגדותי המתואר בציור הבא:

$$R_F = 500\cdot\left(1+5\cdot 10^{-4}F\right)[\Omega]$$
$$F = 0 \div 100[N]$$
$$R_0 = 500[\Omega]$$
$$\alpha = 5*10^{-4}$$



א) מהו R על מנת לקבל רגישות מקסימלית?
ב) הציגו את ה-tradeoff בבחירת ההתנגדות R מהשיקולים הבאים:
- רגישות
- חימום עצמי
- מתח היציאה

ג) מהם הפסדי החימום של החיישן עבור R שנבחר לקבל רגישות מקסימלית? הראו את תלות של החימום העצמי במתח האספקה של החיישן (הניחו כי לא מופעל כוח על החיישן)
ד) מהי רגישות החיישן? מצא קירובים ליניאריים לתחומי העבודה סביב 0 ו50 ניוטון.
ה) מהי שגיאת האי-לינאריות של המערכת ביחידות FS% סביב נקי' העבודה של 50 ניוטון?
ו) מה קורה כאשר ישנה שגיאה של 1% במתח האספקה?

<u>פתרון</u>

א. ראשית נחשב את רגישות המעגל בכדי לבחור R לרגישות מקסימלית.
נתון לנו מחלק מתח, לכן:

$$V_o = V\frac{R_F}{R_F + R}$$

$$S = \frac{dV_o}{dF} = \frac{dV_o}{dR_F}\cdot\frac{dR_F}{dF} = \frac{V\left(R+R_F\right)-VR_F}{\left(R+R_F\right)^2}\cdot R_0\cdot 5\cdot 10^{-4} =$$

$$= \left(\frac{V(R+R_F)-VR_F}{\left(R+R_F\right)^2}\right)\cdot 500\cdot 5\cdot 10^{-4} = \frac{VR}{\left(R+R_F\right)^2}0.25\left[\frac{V}{N}\right]$$

על מנת למצוא רגישות מקסימלית נגזור את S לפי R ונשווה ל- 0.

$$\frac{dS}{dR} = 0.25V\left[\frac{1\cdot\left(R+R_F\right)^2 - R\cdot 2\left(R+R_F\right)}{\left(R+R_F\right)^4}\right] = 0.25V\left[\frac{R_F - R}{\left(R+R_F\right)^3}\right] = 0$$

הרגישות המקסימלית תתקבל כאשר $R = R_f$. מאחר שR_f משתנה בסביבה קטנה של R_0, נבחר $R = R_0 = 500\ [\Omega]$.

ב. ככל שנבחר בR גדול יותר, כך ירד המתח שנופל על החיישן, מה שיפגע ברזולוציית המדידה וברגישות (כל עוד ההתנגדות גבוהה מ500 אוהם), אך יקטין את החימום העצמי של החיישן, מאחר שהזרם במעגל יפחת, ולפיכך גם ההספק החשמלי שיהפוך לחום.

ג. כלל הספק מקור המתח במעגל הופך לחום (מאחר שאין כל רכיב שהופך את האנרגיה החשמלית לאנרגיה אחרת), לכן:

$$P = VI = \frac{V^2}{R_{total}} = \frac{V^2}{R+R_0} = \frac{10^2}{1000} = 0.1\left[W\right]$$

פתרון מעבר לנקי הזו יפורסם בהמשך.