



## תרגיל כיתה מס' 2.

### מה בתרגול?

- רווח חיזוי ורווח סמך
- המשך תרגול שגיאות
- חיישנים מבוססי פוטנציומטר



## רווח חיזוי

רווח חיזוי משמש לקבוע את סטיית התקן של הפילוג שקיבלנו ממדידות של אוכלוסייה המפולגת בצורה נורמלית. כלומר, מדידה עתידית תתרחש בסיכוי  $P\%$  בתחום רווח החיזוי.

עבור סטיית תקן ידועה:

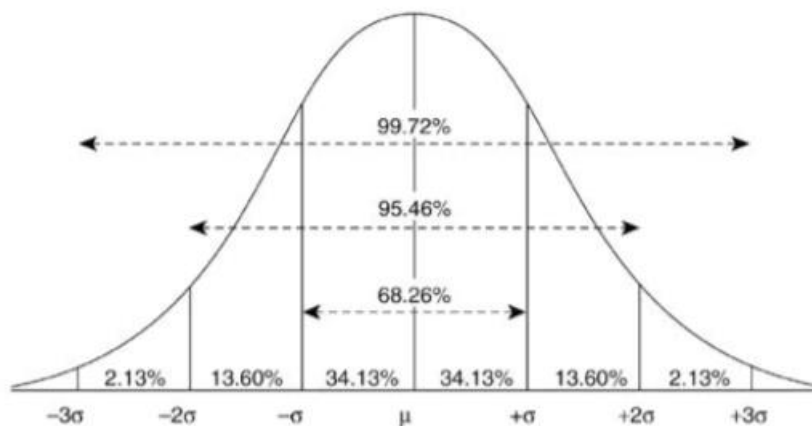
נניח ש  $x$  הוא משתנה אקראי עם פילוג נורמאלי. נסמן ב  $\mu$  את הממוצע של  $x$  וב  $\sigma^2$  את השונות:

$$x \sim N \quad E(x) = \mu \quad \text{Var}(x) = E[(x - \mu)^2] = \sigma^2$$

אחוז מסויים מתוך המדידות העתידיות, אתו נסמן ב  $P$  ימצא בטווח רווח החיזוי הנקבע בעזרת סטיית תקן:

$$x \in [\mu - z\sigma, \mu + z\sigma]$$

עבור  $z \cong 2 \quad P = 95\%$



עבור סטיית תקן משוערכת מהמדידות הקודמות:

כאשר סטיית התקן האמיתית לא ידועה נשערך אותה ונבצע את החישוב של רווח החיזוי עם התפלגות  $t$  (שתלויה בגודל המדגם)

הממוצע המדגמי והשונות המדגמית:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$



## רווח סמך

רווח החיזוי המדגמי אז הוא :

$$x \in [\bar{x} - t_{v,p} S_x, \bar{x} + t_{v,p} S_x]$$

כאשר  $t_{v,p}$  מוצאים מטבלה כתלות ב P וכתלות בגודל המדגם (דרגות חופש)

רווח סמך משמש לקבוע את רמת המובהקות עבור שיערוך פרמטר קבוע, שערכו אינו משתנה בין המדידות השונות. המשמעות היא שב אחוז P מהשיערוכים, רווח הסמך יכלול את הערך האמיתי של הפרמטר.

נניח פרמטר מסויים קבוע  $a$  שמבקשים לשערך. הערך המשוערך  $\hat{a}$  נתון על בסיס המדידות  $x_i, y_i$  :

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2}$$

בהנחה שהשונות של שגיאת המדידה קבועה עבור כל המדידות ונתונה ע"י  $Var[e_i] = S_e^2$  השונות של המשערך נתונה ע"י :

$$Var[\hat{a}] = \frac{S_e^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2} = S_a^2$$

רווח סמך לשיערוך ברמת מובהקות P נתון ע"י :

$$a \in [\hat{a} - t_{v,p} S_a, \hat{a} + t_{v,p} S_a]$$



## שאלה מס. 1

במפעל יוצרה חבילת מדי-עיבור המכילה 1000 יחידות. מדדו במפעל את ערך ההתנגדות הנומינלית של 20 מדידים שנבחרו באקראי, וכן ביצעו כיוול לכל מדיד לקבלת ערך הרגישות של כל אחד מהמדידים לעיבור, כלומר היחס המתח הנופל על הנגד לעיבור. בהנחה שערך ההתנגדות הנומינלית מפולג נורמאלית בין כל המדידים:

א. מה תהיה ההתנגדות של מד-עיבור כלשהו שנבחר באקראי - ברמת וודאות של 95% - כאשר ידוע כי ההתנגדות הנומינלית הממוצעת שהתקבלה היא

$$\bar{R}_0 = \bar{x} = 120[\Omega] \text{ והשונות המדגמית היא: } \bar{S}_{R_0}^2 = \bar{S}_x^2 = 0.006$$

ב. עבור כיוול של מדיד בודד, דרוש לדעת עד כמה מדוייק ערך הכיוול שבוצע למדיד ברמת וודאות של 95%, כאשר נתון כי הערך שהתקבל הוא

$$GF_{est} = \hat{a} = 2.01 \left[ \frac{\mu\epsilon}{V} \right] \text{, השונות בשיערוך ערך הרגישות נתון ע"י}$$

$$G \text{ Var}[GF_{est}] = S_{GF}^2 = S_a^2 = 0.0002 \text{ והשיערוך התבצע על סמך 10 נקודות מדידה.}$$

## שאלה מס. 2

עבור מכשיר למדידת כוח נתון המפרט הבא:

	עבור מכשיר למדידת כוח נתון המפרט הבא:
Resolution:	0.22 N
Input range:	0 – 100 N
Output range:	0 to 5 Volt
Linearity:	±0.2 % full scale (FSO)
Sensitivity error:	±1.0 % of reading
Repeatability:	0.15 N over range
Temperature Coefficient of Sensitivity:	0.08 %/°C
Calibration Temperature:	20 °C

משתמשים במכשיר למדידת כוח של 20 ניוטון

הטמפרטורה בסביבת החיפוש היא 35 מ"צ

משתמשים במכשיר למדידת קבוע קפיץ ליניארי. עם מכשיר מדידת הכוח מודדים את הכוח המופעל על הקפיץ כאשר במכשיר נוסף המודד תזוזה מודדים את התארכות הקפיץ. נתונות חלק מהמדידות שהתקבלו ממכשיר מדידת הכוח:

ניסוי	1	2	3	4
מתח [V]	0	0.05	0.1	0.15

א. חשבו את הרגישות הנומינלית של החיפוש



- ב. חשבו את ערכי הכוח הנומינליים שנמדדו בהתחשב ברגישות הנומינלית
- ג. חשבו את השגיאות השונות ורשמו האם הן שגיאות S.F או reading
- ד. חשבו את ערכי הכוחות הנמדדים בהתחשב באי וודאות כתוצאה מכל השגיאות. המירו את ערכי המדידות מיחידות מתח ליחידות [N] בהתחשב בשגיאות השונות.

### שאלה מס. 3

נתון חיישן למדידת לחץ אוויר דפרנציאלי (מפרט בעמוד הבא). עבור ערכי לחץ אוויר ותנאי סביבה הבאים יש לקבוע האם ניתן להשתמש בחיישן הנתון למדידה ומה ערך שגיאה במדידה RMS?

- א. לחץ אוויר של 7 psi.
- ב. לחץ אוויר נומינלי של 20 kPa, כאשר לחץ אוויר משתנה בקפיצות של 0.001 kPa.
- ג. לחץ אוויר של 5 inHg, כאשר טמפרטורת סביבה 60 מעלות צלזיוס.
- ד. לחץ אוויר של 0.2 bar, התופעה תונדת בשינויים של 0.002 bar, טמפ' סביבה, 25 מעלות צלזיוס.



### Introduction

Congratulations on your purchase of the Extech 406800 Differential Pressure Manometer. This device measures Gauge/Differential Pressure from 0 to 138.3 inH<sub>2</sub>O (inches of water). It features 11 selectable units of measure: inH<sub>2</sub>O, psi, bar, mbar, kPa, inHg, mmHg, ozin<sup>2</sup>, ftH<sub>2</sub>O, cmH<sub>2</sub>O, kgcm<sup>2</sup>. Additional features include: Data Hold, Auto Power Off disabled, and an RS-232 for capturing readings to a PC using optional software (407752). Careful use of this meter will provide years of reliable service.

### Specifications

Function	Range	Resolution
inH <sub>2</sub> O	±138.3inH <sub>2</sub> O	0.1inH <sub>2</sub> O
psi	±5.000psi	0.001psi
bar	±0.344bar	0.001bar
mbar	±344.7mbar	0.1mbar
kPa	±34.47kPa	0.01kPa
inHg	±10.18inHg	0.01inHg
mmHg	±258.5mmHg	0.1mmHg
ozin <sup>2</sup>	±80.00ozin <sup>2</sup>	0.01ozin <sup>2</sup>
ftH <sub>2</sub> O	±11.53ftH <sub>2</sub> O	0.01ftH <sub>2</sub> O
cmH <sub>2</sub> O	±350.1cmH <sub>2</sub> O	0.1cmH <sub>2</sub> O
kgcm <sup>2</sup>	±0.351kgcm <sup>2</sup>	0.001kgcm <sup>2</sup>

Display	Dual LCD
Accuracy	±0.3%FS
Repeatability	±0.2%FS
Linearity/Hysteresis	±0.2%FS
Connectors	Two metal 4.8mm ports for flexible tubing
Maximum Pressure	20psi
Response Time	0.5 seconds typical
Compatibility	Air or Non-Corrosive Gases
Low Battery Indicator	Yes
Overrange Indicator	Err.1
Underrange Indicator	Err.2
Operating Conditions	32 to 122°F (0 to 50°C); < 80% RH non-condensing
Storage Conditions	-4 to 140°F (-20 to 60°C); <80% RH non-condensing
Power Supply	1 x 9V battery
Dimensions / Weight	7.1 x 2.8 x 1.1" (182 x 72 x 30mm); 7.7 oz. (220g)

Note: Exceeding maximum pressure will cause sensor damage.



## תזכורת בחשמל

עכבה - Impedance

העכבה מוגדרת לפי היחס בין פאזור המתח לפאזור הזרם:

$$Z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

לאימפדנס יחידות של התנגדות.

$$Z_R = \frac{\bar{V}_R}{\bar{I}_R} = R \quad \text{נגד:}$$

$$\bar{I}_C = C \frac{d\bar{V}}{dt} = j\omega C \bar{V}_C \quad \text{קבל:}$$

$$Z_C = \frac{\bar{V}_C}{\bar{I}_C} = \frac{\bar{V}_C}{j\omega C \bar{V}_C} = -\frac{j}{\omega C}$$

$$\bar{V}_L = L \frac{d\bar{I}_L}{dt} = j\omega L \bar{I}_L \quad \text{סליל:}$$

$$Z_L = \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}_L} = \frac{j\omega L \bar{I}_L}{\bar{I}_L} = j\omega L$$

משפטי תבנין ונורטון

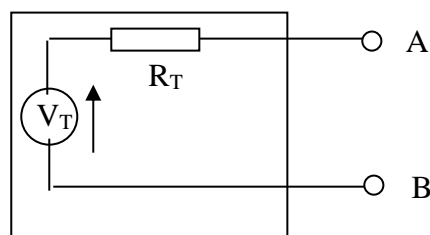
משפטים אלו עוסקים בשאלה- כיצד נראית הרשת מנקודת ראות של ענף יחיד?  
 משפטי תבנין ונורטון מאפשרים לתאר בצורה פשוטה כל רשת חשמלית באמצעות  
 מקור מתח זרם שקול והתנגדות שקולה.

משפט תבנין

משפט תבנין קובע, כי ניתן להחליף כל רשת פעילה ליניארית בעלת הדקי יציאה  
 AB כמתואר בצירוף (1-א) במקור מתח יחיד  $V_T$  בטור עם עכבה יחידה  $R_T$  כמתואר  
 בצירוף (1-ב).



א



ב

צירוף 1



**חישוב  $R_T$**

- ☞ הפוך כל מקור מתח לקצר
- ☞ הפוך כל מקור זרם לנתק
- ☞ חשב התנגדות שקולה בין הדקי AB

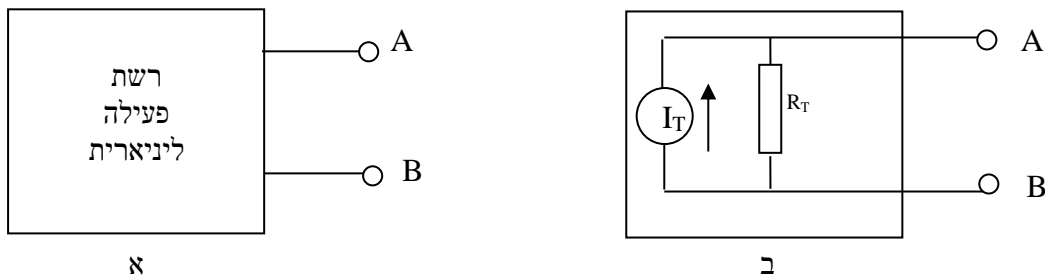
**חישוב  $V_T$**

☞ הנח כי הדקי AB אינן מחוברות לעומס (ישנו נתק בניהם ולכן אין זרם דרכם)

☞  $V_T = V_{AB} \Big|_{I=0}$

**משפט נורטון** 🔔

משפט נורטון קובע, כי ניתן להחליף כל רשת פעילה ליניארית בעלת הדקי יציאה AB כמתואר בציור (א-2) במקור זרם יחיד  $I_N$  במקביל עם עכבה יחידה  $Z_N$  כמתואר בציור (ב-2).



ציור 2

**חישוב  $R_T$  (כנ"ל)**

- ☞ הפוך כל מקור מתח לקצר
- ☞ הפוך כל מקור זרם לנתק
- ☞ חשב התנגדות שקולה בין הדקי AB

**חישוב  $I_T$**

- ☞ קצר בין נקודות AB
- ☞ זרם  $I_T$  הוא זרם שיעבור בין AB כאשר יש בינם קצר.





**שאלה מס. 4**

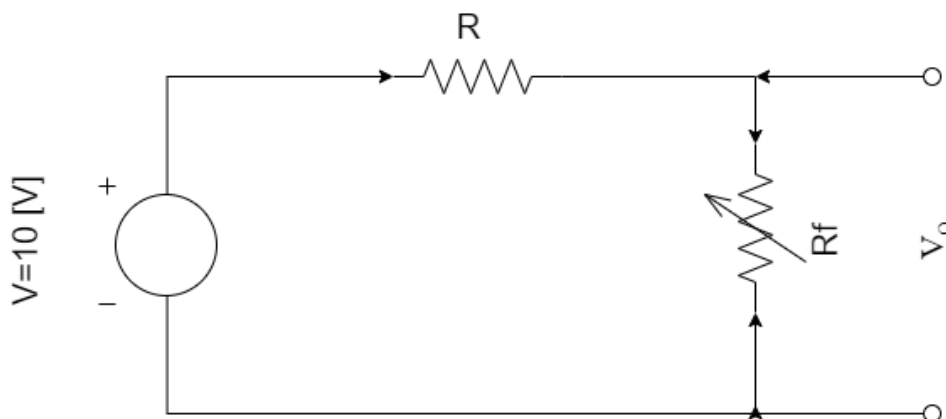
נתון מד כוח התנגדותי המתואר בצירור הבא :

$$R_f = 500 \cdot (1 + 5 \cdot 10^{-4} F) [\Omega]$$

$$F = 0 \div 100 [N]$$

$$R_0 = 500 [\Omega]$$

$$\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$$



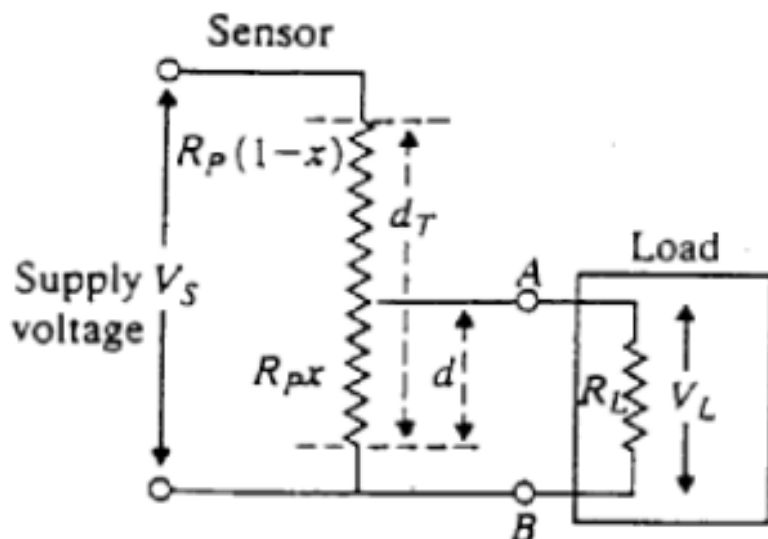
(א) מהו  $R$  על מנת לקבל רגישות מקסימלית?  
 (ב) הציגו את ה tradeOff ב- בחירת ההתנגדות  $R$  מהשיקולים הבאים :

- רגישות
- חימום עצמי
- מתח היציאה

- (ג) מהם הפסדי החימום של החיישן עבור  $R$  שנבחר לקבל רגישות מקסימלית?  
 הראו את תלות של החימום העצמי במתח האספקה של החיישן (הניחו כי לא מופעל כוח על החיישן)
- (ד) מהי רגישות החיישן? מצא קירובים ליניאריים לתחומי העבודה סביב 0 ו 50 ניוטון.
- (ה) מהי שגיאת האי-ליניאריות של המערכת ביחידות %FS סביב נקי העבודה של 50 ניוטון?
- (ו) מה קורה כאשר ישנה שגיאה של 1% במתח האספקה



שאלה מס. 5



נתון חיישן למדידת תזוזה המבוסס על פוטנציומטר כמתואר בציור.

נסמן את התזוזה היחסית כ-  $x = \frac{d}{d_T}$  ואת ההתנגדות הכוללת של מלוא האורך של

הפוטנציומטר  $R_p$

מודדים את מפל המתחים על מוצא החיישן (מפל המתחים בין טרמינל A ל B) בעזרת מד מתח עם התנגדות כניסה  $R_L$

- א. חשב את מעגל התבנית השקול של הפוטנציומטר ביחס למוצא AB
- ב. מצא את  $V_L$  כפונקציה של  $x, R_p, R_L, V_S$ . האם הקשר בין  $V_L$  ל  $x$  הוא ליניארי או לא?
- ג. נסמן את השגיאה כ  $e_N = E_{th} - V_L$  (זוהי השגיאה האבסולוטית של המתח כאשר המעגל פתוח פחות המתח האחרי חיבור מד המתח). בטאוי שגיאה זו כפונק' של הפרמטרים  $x, R_p, R_L, V_S$
- ד. מתי שגיאה זו מקבלת מקסי? בטאוי את מקסימום השגיאה כפונק' של  $\frac{R_p}{R_L}$

וכשגיאה יחסית ביחס לFS