

נספח לתרגול- תזכורת מאמצים ועיבורים :

מטריצת המאמצים והעיבורים על פני שפה חופשית-

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

חוק הוק על פני שפה חופשית מקיים-

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E}(\sigma_{11} - \nu\sigma_{22}) \rightarrow \sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22})$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E}(\sigma_{22} - \nu\sigma_{11}) \rightarrow \sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{22} + \nu\varepsilon_{11})$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \frac{1}{2G}\sigma_{12} \rightarrow \sigma_{12} = 2G\varepsilon_{12}$$

מאמצים ועיבורים ראשיים מקיימים –

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22})}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})}{2}\right)^2 + (\sigma_{12})^2}$$

$$\varepsilon_{\max,\min} = \frac{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}, \quad \text{tg}(2\theta) = \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} = \frac{\gamma}{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}}, \quad \gamma = 2\varepsilon_{12}$$

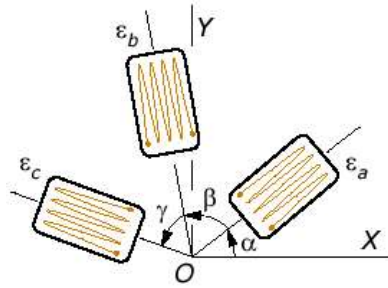
משוואות טרנספורמציה של עיבורים עבור סיבוב בזווית φ נגד כיוון השעון-

$$\varepsilon'_{11} = \frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{2} + \frac{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}}{2} \cos 2\varphi + \frac{\gamma}{2} \sin 2\varphi$$

$$\varepsilon'_{22} = \frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{2} + \frac{\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11}}{2} \cos 2\varphi - \frac{\gamma}{2} \sin 2\varphi$$

$$\varepsilon'_{12} = \frac{\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11}}{2} \sin 2\varphi + \frac{\gamma}{2} \cos 2\varphi$$

שימוש ברוזטה (Rossete) למציאת כיוונים ראשיים –



$$\epsilon_a = \frac{\epsilon_{11} + \epsilon_{22}}{2} + \frac{\epsilon_{11} - \epsilon_{22}}{2} \cos 2\alpha + \epsilon_{12} \sin 2\alpha$$

$$\epsilon_b = \frac{\epsilon_{11} + \epsilon_{22}}{2} + \frac{\epsilon_{11} - \epsilon_{22}}{2} \cos 2(\alpha + \beta) + \epsilon_{12} \sin 2(\alpha + \beta)$$

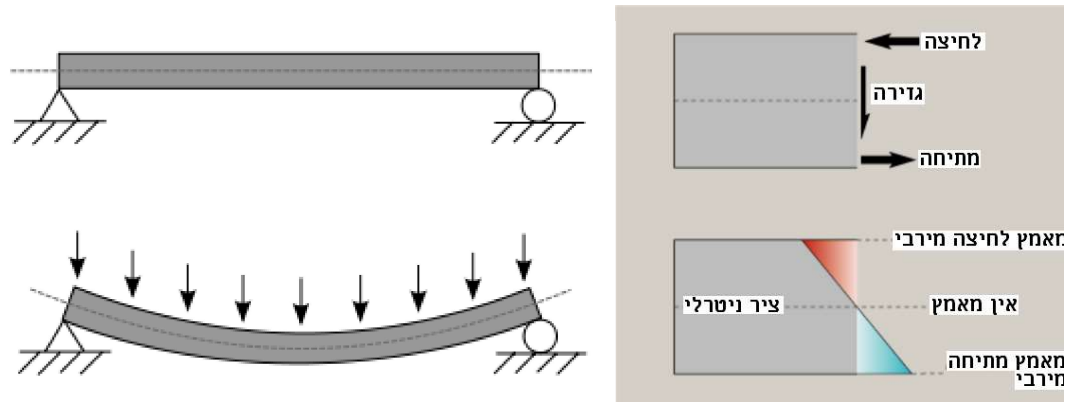
$$\epsilon_c = \frac{\epsilon_{11} + \epsilon_{22}}{2} + \frac{\epsilon_{11} - \epsilon_{22}}{2} \cos 2(\alpha + \beta + \gamma) + \epsilon_{12} \sin 2(\alpha + \beta + \gamma)$$

מקרים מיוחדים –

	$\epsilon_x = \epsilon_a$ $\epsilon_y = \epsilon_c$ $\epsilon_{xy} = \epsilon_b - \frac{\epsilon_a + \epsilon_c}{2}$
	$\epsilon_x = \frac{2}{3} \left(\epsilon_a - \frac{1}{2} \epsilon_b + \epsilon_c \right)$ $\epsilon_y = \epsilon_b$ $\epsilon_{xy} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\epsilon_a - \epsilon_c)$

קורה תחת כפיפה

קורה תחת כפיפה, חווה מתיחה ולחיצה בשפות השונות. עבור קורה המועמסת כמו באיור - בשפה העליונה תהיה לחיצה ובשפה התחתונה תהיה מתיחה.



קורה השרויה במתיחה/לחיצה חווה גם מעוות בכיוון הרוחבי, על פי הקשר:

$$\varepsilon_y = -v\varepsilon_x$$

כאשר:

ε_y - מעוות צירי

ε_x - מעוות רוחבי

v - מקדם פואסון

עבור קורה בכפיפה – מתקיים הקשר הבא בין מומנט הכפיפה M לעיבור על השפה:

$$\varepsilon = \frac{My}{EI}$$

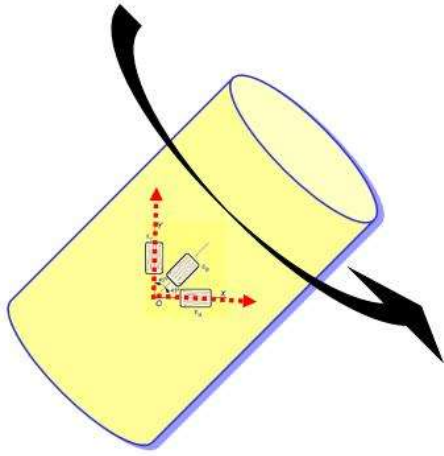
כאשר: y – חצי עובי הקורה, I – מומנט אינרציה שטחי של הקורה, E – מודול יאנג.

עבור מוט פיתול – מתקיים הקשר הבא בין מומנט הפיתול T לעיבור המקסימלי ב $\pm 45^\circ$

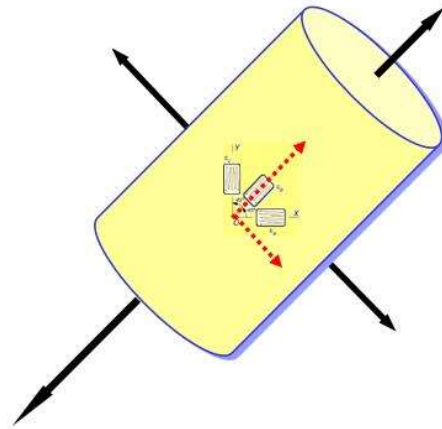
$$\varepsilon_{\min, \max} = \pm \frac{Tr}{2GJ}$$

כאשר: r – רדיוס המוט, J – מומנט אינרציה פולרי של המוט, G – מודול הגזירה.

מאמצים ועיבורים במיכל דק דופן



מיכל תחת מומנט חיצוני T



מיכל תחת לחץ פנימי P

הגדרת כיוונים

e_z - כיוון אורכי של הצילינדר

e_θ - כיוון המשיק לצילינדר

e_r - כיוון רדיוס הצילינדר

תחת לחץ פנימי המאמצים והעיבורים הינם בכיוונים הראשיים בלבד (אין גזירה). לעומת זאת, תחת מומנט חיצוני המאמצים הינם מאמצי גזירה בלבד. מדידת העיבורים מתבצעת על פני השפה החופשית, כך שלא ניתן למדוד מאמצים בכיוון e_r .

מטריצת המאמצים והעיבורים:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} & - \\ \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} & - \\ - & - & - \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{\theta\theta} & \epsilon_{\theta z} & - \\ \epsilon_{z\theta} & \epsilon_{zz} & - \\ - & - & \epsilon_{rr} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{PR}{t}, \quad \sigma_{zz} = \frac{PR}{2t}, \quad \sigma_{\theta z} = \frac{TR}{J} = \frac{T}{2\pi t R^2}$$

כאשר -

P - לחץ פנימי בצילינדר

T - מומנט המופעל על הצילינדר

R - רדיוס הצילינדר

t - עובי דופן הצילינדר ($t \ll R$)