



תרגיל כיתה מס' 1.

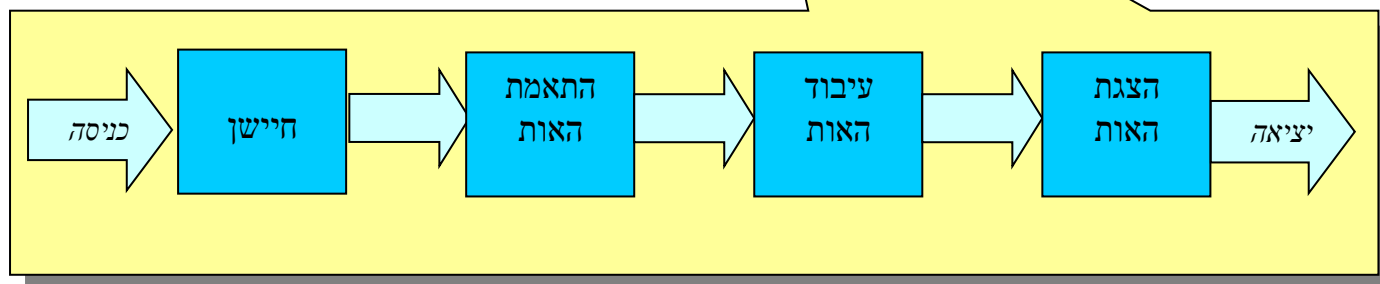
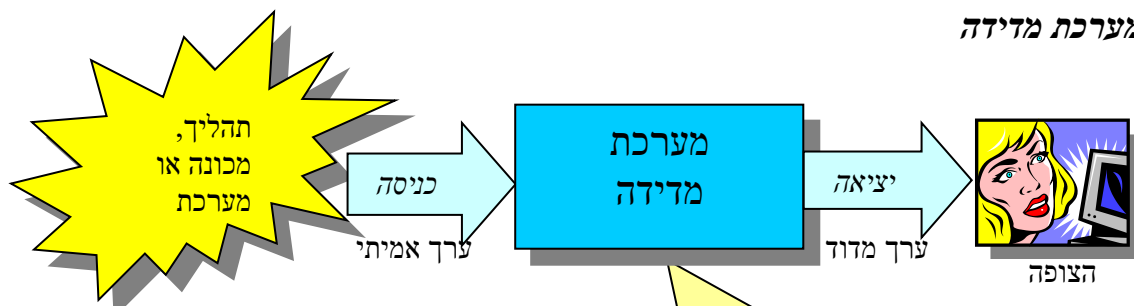
מה בתרגול?

- רקע תיאורטי
- מספרים חשובים
- מאפייני החיישן
- סוגי שגיאות וניתוחן
- פתרון שאלות לדוגמא

רקע תיאורטי

- חיישן – התקן המודד גודל פיסיקלי וממיר אותו לאות שניתן להציג ע"י גדלים כמותיים (לדוגמה: מד טמפרטורה, מד לחץ וכו').

מערכת מדידה





מספרים חשובים

ספרות משמעותיות – מושג חשוב. בכתיבה טכנית ומדעית מוסכם לשקף את דיוק הערכים ברישום ספרות משמעותיות בלבד. כאשר רושמים תוצאה של מדידה תמיד ישנה ספרה שמתאימה לפרט הקטן ביותר שניתן למדוד או להעריך.

למשל יש הבדל בין רישום 0.9 לרישום 0.90.

דגשים לגבי מספרים חשובים:

- כל הספרות בין 1-9 משמעותיות
- 0 בין ספרות אחרות משמעותיות
- כל האפסים משמאל לספרה ראשונה בין 1-9 תמיד לא משמעותיים
- כל האפסים אחרי נקודה העשרונית ומימין לספרה משמעותית תמיד משמעותיים
- הספרה המשמעותית הקטנה ביותר במספר מדוד צריך להתאים לגודל השגיאה במדידה.
- בכתיבת תוצאות חיבור וחסור נכתוב ספרות עד להגעה לספרה המשמעותית האחרונה של המספר הידוע בדיוק הנמוך ביותר מבין המספרים המשתתפים.
- פעולות כפל וחילוק משמרות את מספר הספרות המשמעותיות הקטן ביותר מבין המספרים המשתתפים.

לפי הדגשים האלה לדוגמא נכתוב כך:

$$0.000450600 = 4.50600 * 10^{-4}$$

פעולות עם ספרות משמעותיות:

$$3.76 + 14.831 + 2.1 = 20.7$$

$$2.8723 * 1.6 = 4.6$$

$$\frac{45.2}{6.1678} = 7.33$$

ערך מדוד עם גודל שגיאה ידוע ייכתב בהתאם:

$$F_{read} = 15.24 [N] \pm 10\% = 15.24 \pm 1.5 [N] = 15.2 \pm 1.5 [N]$$

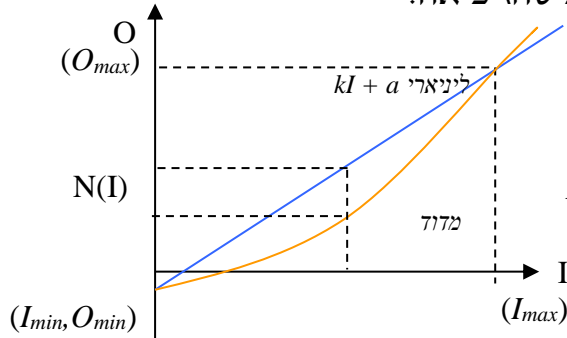
כאשר מחשבים ערך תוך מכפלה בקבוע שידוע בדיוק שרירותי (רוב הקבועים הפיזיקליים/מתמטיים), מספר הספרות המשמעותיות נשמר:

$$P = 2\pi \cdot r_{read} = 2 \cdot 3.142 \cdot 4.35 [mm] = 27.3 [mm]$$



מאפייני חיישן

- **תחום מדידה (Range)** – תחום המדידות שבין הערך המקסימלי של כניסה/יציאה לבין הערך המינימלי של כניסה/יציאה.



$$Non-linearity = \left| \frac{\hat{N}}{O_{max} - O_{min}} \right| \times 100\%$$

- **רגישות (Sensitivity)** – היחס בין המוצא לכניסה :

במקרה הכללי :

$$S = \frac{dO}{dI}$$

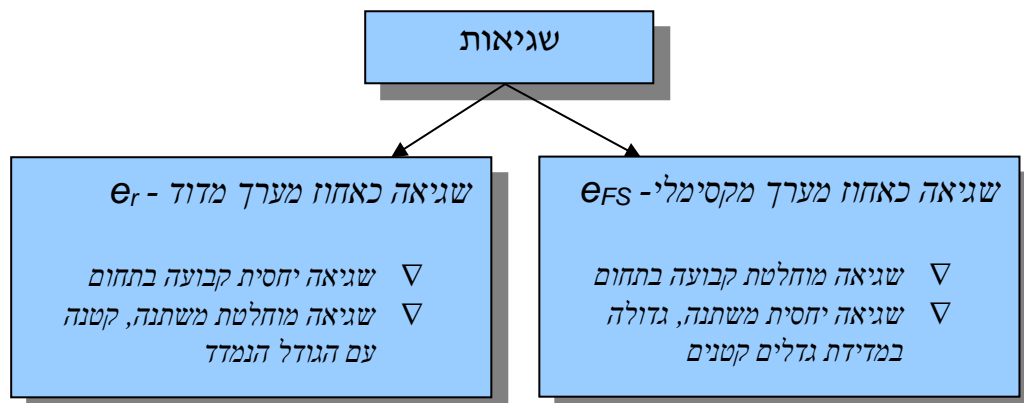
במקרה הליניאר :

$$S = \frac{O}{I}$$

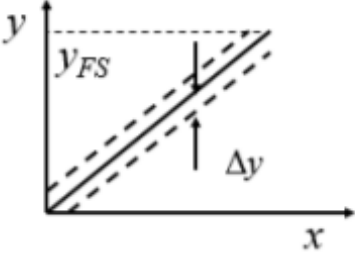
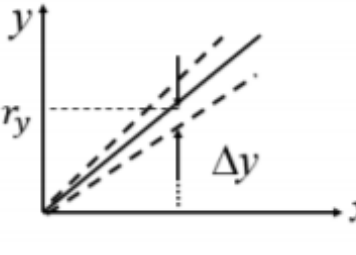
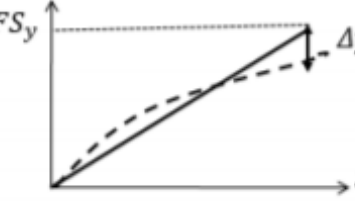
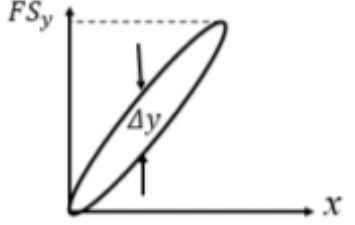
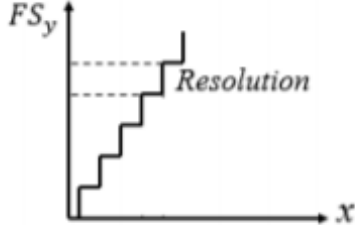
- **אי-ליניאריות (Non-linearity)** – הפרש בין אופיין החיישן לקו הליניארי. בדרך כלל מוגדרת כיחס של הסטייה המקסימלית של האופיין מהקו הישר לתחום המדידה (באחוזים).
- **שגיאות** – סטיות של הערך המדוד מהערך האמיתי עקב אי-דיוקים במדידה או הפרעות בתהליך או במערכת הנמדדת.

$$e_{ABS} = |O_{measured} - O_{real}| \quad \text{שגיאה מוחלטת - מדידה-ערך אמיתי}$$

$$e_{REL} = \frac{e_{ABS}}{O_{ref}} * 100\% \quad \text{שגיאה יחסית - יחס בין שגיאה מוחלטת וערך אמיתי}$$





<p>שגיאה כאחוז מערך מקסימלי - $\%F.S^*$</p> $e_{FS} = \frac{\Delta y}{FS_y} \cdot 100\%$ <p>* F.S. = Full Scale - Measurement range</p>	<p>שגיאה כאחוז מערך מדוד - $\%reading$</p> $e_{reading} = \frac{\Delta y}{r_y} \cdot 100\%$
<p>Bias error</p> 	<p>Sensitivity error</p> 
<p>Linearity error</p> 	
<p>Hysteresis error</p> 	
<p>Resolution error</p>  $e_{res,rel} = \frac{Res/2}{FS_y} \cdot 100\%$	



את השגיאה הכוללת אפשר לחשב בשתי דרכים :

- שגיאה מקסימלית : נותן הערכה לשגיאה המקסימלית, תחת ההנחה שכל השגיאות נסכמות.

$$e_{MAX} = \sum e_i$$

- שגיאת (RSS) Root Sum Square : נותן הערכה לשגיאה סטטיסטית. חישוב שגיאה זה נפוץ יותר.

$$e_{RSS} = \sqrt{\sum e_i^2}$$

חשוב :

- בחישוב השגיאה, חשוב לשמור על העקביות ביחידות
- חשוב להקפיד על חיבור שגיאות FS או reading ולא לערבב ביניהם
- כאשר רושמים שגיאה אבסולוטית- להקפיד לרשום את יחידות השגיאה
- כאשר רושמים שגיאה יחסית- חשוב לרשום האם זוהי שגיאת FS או reading

מעבר בין שגיאה reading לבין שגיאה FS :

$$e_{FS} = \frac{e_{reading} * reading}{FS} * 100\% [\% FS]$$



שאלה מס. 1

- באתר הקורס מופיע מפרט טכני של חיישן תאוצה מודל 805M1. נדרש להשתמש בחיישן לניטור תנועתו של גוף קשיח המצופה לנוע לפי $y = \sin(5t)$ [m].
- רשמו את ערכי הקצה של התאוצה אותם נצפה למדוד בהתאם ליחידות החיישן.
 - באילו מדגמי החיישן נבחר להשתמש למטרה זו?
 - חשבו את שגיאת RSS של החיישן עבור מדידת התאוצה המקסימלית הצפויה.

פתרון:

א. התאוצה:

$$\ddot{y} = -25 \sin(5t) \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$\|\ddot{y}\| = 25 \left[\frac{m}{s^2} \right] = \frac{25}{9.81} [g] = 2.55 [g] = 2.6 [g]$$

- לפי התאוצה שחישבנו נבחר בחיישן הראשון שייתן לנו רגישות מקסימלית.
- מקורות השגיאה:

$$e_s = \frac{10\% \text{reading} \cdot O_{\text{reading}}}{100\%} = \frac{10\% \text{reading} \cdot 2.6 [g]}{100\%} = 0.26 [g]$$

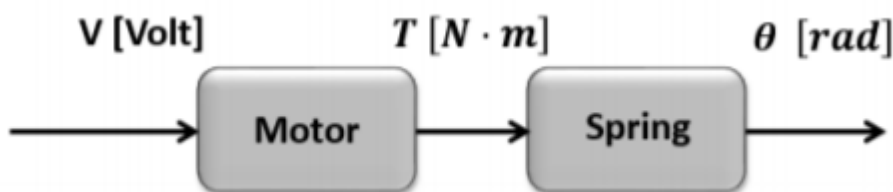
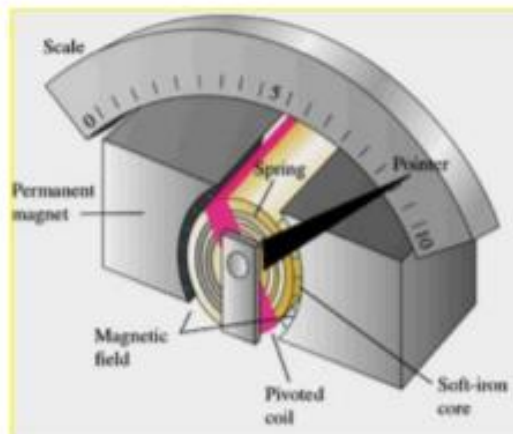
$$e_{NL} = \frac{1\% FS \cdot O_{FS}}{100\%} = \frac{1\% FS \cdot 20 [g]}{100\%} = 0.20 [g]$$

$$e_{RSS} = \sqrt{\sum e_i^2} = \sqrt{e_s^2 + e_{NL}^2} = \sqrt{0.068 + 0.04} = 0.33$$



שאלה מס. 2

נתונה דיאגרמת בלוקים של וולטמטר. המנוע מוציא מומנט T שפרופורציונלי למתח כניסה V , היציאה מהמערכת הינה השינוי הזוויתי θ , שפרופורציונלי למומנט T .



א. מהן היחידות של K_{motor} ו K_{spring} ומה הרגישות של החיישן? נתון:

$$K_{motor} = 2 \cdot 10^{-1} [??]$$

$$K_{spring} = 5 \cdot 10^{-2} [??] \pm 10\%$$

ב. חשב את θ עבור המקרים הבאים (מתח הכניסה למנוע קבוע, ושווה ל-1V):

- הערכים הנומינליים של K_{motor} , K_{spring} .
- סטייה של 10% מהערך הנומינלי של K_{spring} .

מהי השגיאה (באחוזים) בערכה של θ לפי התוצאות הנ"ל אם היא מחושבת ע"י הנוסחה:

$$e_{\theta} = \frac{\theta_{nominal} - \theta_{offset}}{\theta_{nominal}} \times 100\%$$



[לקריאה עצמית] רוצים להקטין את השפעת הסטייה בערך של K_{spring} על θ . יש לתכנן מערכת חדשה, הכוללת (נוסף על מנוע והקפיץ) גם את הרכיבים הבאים:

- מגבר DC בעל הגבר של $G = 1000$
- מתמר העתקה זוויתית (Angular-Displacement Transducer) בעל רגישות (קבוע הגבר) של $K_{trans}=100[\text{Volt/rad}]$
- יחידת מחסר מתח (Voltage Substraction Unit)

ג. שרטט את דיאגרמת הבלוקים של המערכת המוצעת.

ד. חשב את θ עבור סטייה של 10% מהערך הנומינלי של K_{spring} והשווה לתוצאה שהתקבלה בסעיף א.

פתרון:

א. היחידות:

$$K_{motor} = \left[\frac{N \cdot m}{V} \right]$$

$$T = K_{motor} \cdot V = \left[\frac{N \cdot m}{V} \cdot V \right] = [N \cdot m]$$

$$K_{spring} = \left[\frac{rad}{N \cdot m} \right]$$

רגישות היא:

$$T = V \cdot K_{motor}$$

$$\theta = T \cdot K_{spring} = V \cdot K_{motor} \cdot K_{spring}$$

$$S = \frac{\theta(V)}{V} = K_{motor} \cdot K_{spring} = 1 \cdot 10^{-2} \left[\frac{rad}{V} \right]$$

ב. החישוב של θ בשני המקרים הינו לפי "חוג פתוח", כלומר:

$$\theta_{nom} = K_s K_m V = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-1} \cdot 1 = 0.01 [rad]$$

עבור הסטייה של 10% בערכו של K_s :

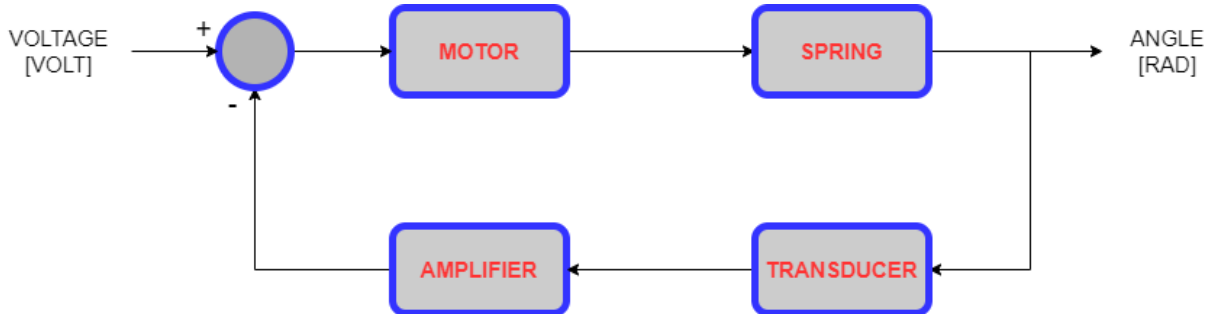
$$\theta_{off} = 1.1 K_s K_m V = 5.5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-1} \cdot 1 = 0.011 [rad]$$

והשגיאה בין שתי התוצאות לפי הנוסחה הנתונה:

$$e_s = \frac{0.011 - 0.01}{0.01} \cdot 100\% = 10\%$$



ג. המערכת המוצעת היא :



ד. פונקציית התמסורת של החוג הסגור הינה :

$$\frac{\theta}{V} = \frac{K_s K_m}{1 + K_s K_m G K_{trans}}$$

החישוב של θ בשני המקרים :

$$\theta_{nom} = 9.99000999 * 10^{-6}$$

$$\theta_{off} = 9.99091734 * 10^{-6}$$

ה. השגיאה המחושבת היא : $e_s = 9 * 10^{-3} \%$



שאלה מס. 3

מד מרחק בעל תחום מדידה שבין 0.0 ל- 3.0 ס"מ, ומקבל מתח מספק סטנדרטי של 0.5 וולט. מצורפים נתוני מדידה שהתקבלו מהחיישן:

Displacement X[cm]	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Output Voltage [mV]	0.0	16.5	32.0	44.0	51.5	55.5	58.0

א. רוצים להתאים לעקומת החיישן קו לינארי, העובר דרך נקודות הקצה של העקום. העבר קו זה והערך את אי-הלינאריות המקסימלית באחוזים מעל תחום המדידה (Full Scale).

מוצע להתאים לעקומת החיישן קו לינארי אחר, כך שהסטיות יהיו מינימליות.

- ב. חשב את משוואת הקו לפי "שיטת הריבועים הפחותים" (Mean Least Square)
ג. מהי השגיאה המקסימלית המתקבלת במקרה זה?

פתרון:

א. נחשב את הפרמטרים של הקו הלינארי לפי נקודות הקיצון:

$$V = ax + b$$

$$a = \frac{V_7 - V_1}{X_7 - X_1} = \frac{58 - 0}{3 - 0} = 19.333$$

$$b = 0$$

שגיאת אי לינאריות מקסימלית מתקבלת בנקודה רביעית ולכן:

$$V(x_4) = 19.333 * 1.5 = 29 [mV]$$

$$e_{Lin} = \frac{44 - 29}{58 - 0} * 100\% = 26\%$$

ב. נחשב את הפרמטרים של הקו הלינארי לפי שיטת הריבועים הפחותים:

$$V = \hat{a}x + \hat{b}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(V_i - \bar{V})}{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{b} = \bar{V} - \hat{a}\bar{x}$$

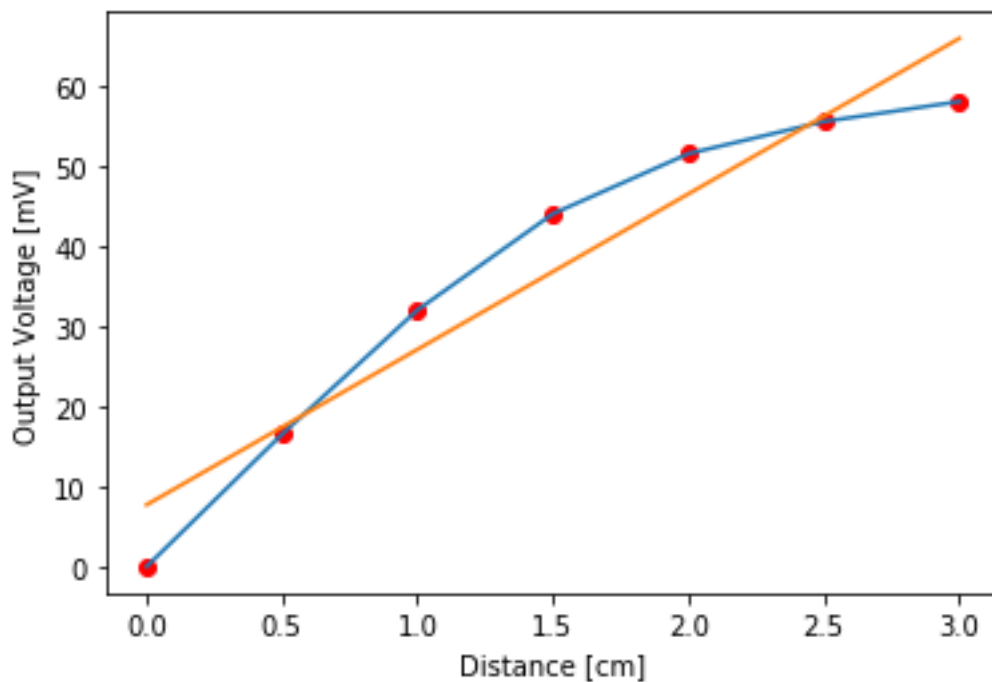


התוצאות הן:

$$\hat{a} = 19.39$$

$$\hat{b} = 7.696$$

X	V	$(X_i - \bar{X})$	$(V_i - \bar{V})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})(V_i - \bar{V})$
0	0	-1.5	-36.7857	2.25	55.1786
0.5	16.5	-1	-20.2857	1	20.2857
1	32	-0.5	-4.7857	0.25	2.3929
1.5	44	0	7.2143	0	0.0000
2	51.5	0.5	14.7143	0.25	7.3571
2.5	55.5	1	18.7143	1	18.7143
3	58	1.5	21.2143	2.25	31.8214



ג. שגיאת אי ליניאריות מקסימאלית מתקבלת בנקודה השביעית ולכן:

$$e_{Lin} = \left(\frac{65.88 - 58}{58} \right) * 100\% = 14\% [FS]$$