

Analytical Methods for Differential Equations (196012) Course information and syllabus for Spring 2024

1 Course format

The course will be given in “synchronous” format (not “flipped classroom”).
The course will be given in English.

2 Grading policy

- A homework assignment will be given every week.
- If all students agree, we will set a weekly “workshop hour” in which we will discuss the solutions of the homework problems. Students who participate actively in the workshop (present his/her own solution, comment on somebody else’s solution, etc.) will earn two “points” (for that particular meeting). Students can earn up to 20 points, and these will serve as MAGEN grade (with grade 100). For example, a student who contributed to the class discussion in 6 workshops will earn 12% MAGEN¹.
- If we are not able to set time for the weekly workshop meeting, the assignments will be submitted and then returned with feedback.
There will be no grade for the submitted homework assignments, and there will be no posted “solutions”.
- There will be no midterm exam.
- One of the questions in the final exam will resemble one of the homework questions.
- Students may use the course formula pages (available on the course website) during the exam.

3 Dates

- Homework submission dates will be set according to the weekly workshop hour, if we have one.
If we have no weekly workshop hour, then the homework assignments will be submitted on Tuesdays.
- Final exam A: September 3, 2024
- Final exam B²: September 26, 2023

4 Prerequisites

- Calculus (Infi-1,2 or Hedva-1m,2m,2t) - mandatory (prerequisite).
- ODE (madar-a, m, t or ch) - mandatory (prerequisite).
- Complex analysis (Theory of Functions, or Complex Functions) - recommended (in parallel).
- PDE (introduction to PDE, or PDE+Fourier, or PDE-m) - recommended (in parallel).

¹“n% MAGEN with grade 100” means that your final grade is computed following the formula

$$(\text{Final grade}) = (\text{Exam grade}) \times (1 - (0.01 \times n)) + n$$

For example, if your exam grade is 89 and you earned 20 points of MAGEN, then your final grade is 91.
(By the Technion regulations, grades are always rounded to the closest integer).

²By the Technion regulations, students may take either or both exams. If you take both exams, then your final grade is determined (following the above formula) by the exam B grade, and your exam A grade is lost.

5 At the end of the course the students will be able to

- Obtain the solvability condition for an in-homogeneous linear ODE with boundary conditions.
- Obtain and use the Green's function for ODEs and PDEs.
- Obtain solutions to PDEs using generalized Fourier series, using special functions, and being acquainted with their properties.
- Obtain solutions for ODEs and PDEs using integral transforms, using special functions.

6 Bibliography

The material for the exams is the topics covered in the lectures. Students can use the following books:

- Ince - Ordinary Differential Equations
- Carrier & Pearson - Ordinary Differential Equations
- Stakgold - Green's Function and Boundary Value Problems
- Lebedev - Special Functions and their applications
- Pinchover & Rubinstein - Introduction to Partial Differential Equations
- Pinkus & Zafrany - Fourier Series and Integral Transforms
- Henner, Belozerova & Forinash - Mathematical Methods in Physics: Partial Differential Equations, Fourier Series, and Special Functions
https://technion.primo.exlibrisgroup.com/permalink/972TEC_INST/q1jq5o/alma9926386763403971

7 Point for Thought

Math is like sports.

Students who want to learn mathematics just by listening to lectures and recitations are like those who wish to excel in soccer (or tennis, or swimming) by watching others play. In order to succeed in a sport one must actively participate, practice enough, and sweat from the exertion. In order to succeed in mathematics one must independently solve problems and “rack one's brains”. In math as in sports: those who wish to acquire understanding, pleasure, and self-confidence must master the rules and actively take part.

8 Syllabus

Sturm's theory. Proof of existence of the eigenvalues of the Sturm-Liouville problem, and the properties of these eigenvalues. The properties of the eigenfunctions of the regular Sturm-Liouville problem. The adjoint operator and the self-adjoint operator. Fredholm's Alternative theorem. The solvability conditions. The Bessel Functions. The Legendre Polynomials. Several other special functions: the Gamma functions, Beta function, Error function, the Elliptic integrals and Elliptic functions, other special functions if the students are interested. Green's function. The Hilbert-Schmidt theorem. Convergence theorems for series expansions in eigenfunctions. The Rayleigh-Ritz theorem. Fourier transform. Laplace transform. Application of all the above to solving PDEs (in two or three spatial coordinates, as well as with time dependence).

שיטות אנליטיות במשוואות דיפרנציאליות (196012) דף מידע וסילבוס לסמסטר אביב תשפ"ד

9 מתכונת הקורס

הקורס יילמד במתכונת סינכרונית (לא "כיתה הפוכה").
הקורס יילמד בשפה האנגלית.

10 הרכב הציון

- מידי שבוע יינתן גליון תרגילים.
- במידה שכל הסטודנטים בקורס יסכימו, אנו נקבע "שעת סדנה" שבועית שבה נדון בפתרון תרגילי הבית. סטודנט שישתתף בצורה פעילה במפגש (יציג פתרון שלו, יעיר על פתרון של מישהו אחר, וכיו"ב) יקבל שתי "נקודות" (לכל המפגש). ניתן יהיה לצבור עד 20 נקודות, והן ישמשו כאחוז המגן (בציון 100). למשל, סטודנט שתרם לדין הכיתתי ב-6 סדנאות בלבד, יקבל 12% מגן.
- במידה שלא נצליח לקבוע מועד לסדנה שבועית, התרגילים יוגשו, יבדקו ויוחזרו עם משוב. לא יינתן ציון על תרגילי הבית, ולא יתפרסמו להם "פתרונות".
- לא יתקיים בוחן אמצע סמסטר.
- אחת מן השאלות בבחינה הסופית תהיה דומה לאחת מן השאלות שבתרגילי הבית.
- בבחינה יהיה מותר להשתמש בדפי הנוסחאות הזמינים באתר הקורס.

11 תאריכים

- תאריכי הגשת תרגילי הבית יקבעו על-פי היום בשבוע שבו תתקיים סדנת תרגילי הבית, אם תתקיים. אם לא תהיה סדנת תרגילי הבית, הגשת התרגילים תהיה בימי שלישי.
- מועד א': בתאריך 3.9.2023
- מועד ב': בתאריך 26.9.2023

12 קדמים

- אינפ' 1, 2 או חדו"א 1מ', 2ת', 2מ' – חובה (קדם).
- מד"ר א' או מד"ר מ' או מד"ר ת' או מד"ר ח' – חובה (קדם).
- תורת הפונקציות או פונקציות מרוכבות – רצוי (במקביל).
- מבוא למד"ח או מד"ח וטורי פורייה או מד"ח מ' – רצוי (במקביל).

13 בסיום הקורס הסטודנטים יהיו מסוגלים

- לקבל תנאי פתירות למשוואה רגילה אי-הומוגנית עם תנאי שפה.
- לקבל ולהשתמש בפונקצית גרין למשוואות רגילות וחלקיות.
- לקבל פתרונות למשוואות חלקיות בעזרת טורי פורייה מוכללים תוך שימוש בפונקציות מיוחדות והכרת תכונותיהן.
- לקבל פתרונות למשוואות רגילות וחלקיות בעזרת התמרות אינטגרליות, תוך שימוש בפונקציות מיוחדות.

14 ספרות וחומר עזר

החומר המחייב הוא החומר המועבר בהרצאות. ניתן להיעזר בספרים הבאים:

- Ince - Ordinary Differential Equations
- Carrier & Pearson - Ordinary Differential Equations
- Stakgold - Green's Function and Boundary Value Problems
- Lebedev - Special Functions and their applications
- פינצ'ובר ורובינשטיין – מבוא למשוואות דיפרנציאליות חלקיות
- פינקוס וזעפרני – טורי פורייה והתמרות אינטגרליות
- Henner, Belozerova & Forinash - Mathematical Methods in Physics: Partial Differential Equations, Fourier Series, and Special Functions
https://technion.primo.exlibrisgroup.com/permalink/972TEC_INST/q1jq5o/alma9926386763403971

15 נקודה למחשבה

המתמטיקה דומה לספורט. סטודנטים המבקשים ללמוד מתמטיקה מהאזנה להרצאות ולתרגולים דומים למי שמבקשים להצטיין בכדורגל (או טניס, או שחיה) דרך צפייה במשחקם של אחרים. כדי להצליח בספורט חייבים להשתתף בספורט זה באופן פעיל, להתאמן הרבה ולהזיע. כדי להצליח במתמטיקה חייבים לפתור בעיות באופן פעיל ועצמאי ו"לשבור את הראש". במתמטיקה כמו בספורט – מי שמבקשים לרכוש הבנה, הנאה וביטחון עצמי, חייבים לשלוט בחוקי המשחק ולהשתתף באופן פעיל.

16 סילבוס

תורת שטורם. הוכחת הקיום לערכים-העצמיים של בעיית שטורם-ליוביל, ותכונות הערכים-העצמיים האלה. תכונות הפונקציות-העצמיות של בעיית שטורם-ליוביל הרגולרית. האופרטור הצמוד, והאופרטור הצמוד לעצמו. משפט האלטרנטיבה של פרדהולם. תנאי פתירות. פונקציות בסל. הפולינומים של ל'אנדר. מגוון פונקציות מיוחדות נוספות: פונקצית גאמא, פונקצית בטא, פונקצית השגיאה, האינטגרלים האליפטיים והפונקציות האליפטיות, פונקציות אחרות בתלות ברצון המשתתפים. פונקצית גריין. משפט הילברט-שמידט. משפטי התכנסות לטורים בפונקציות-עצמיות. משפט ריילי-ריץ'. התמרת פורייה. התמרת לפלס. יישום של כל הנ"ל למשוואות דיפרנציאליות חלקיות (עבור 2,3 משתנים מרחביים, וכן בתלות בזמן).