אלגברה ליניארית מ׳ (104019), סמסטר אביב תשפ״ד

דף מידע כללי לסטודנט

צוות הקורס ושעות קבלה:

- **מרצה אחראי:** גב׳ דניאלה אבידן.
- **מתרגלת אחראית:** ד״ר ח׳ירייה מסארוה.
- **רשימת צוות מלאה באתר:** http://ug.technion.ac.il/rishum/mikdet.php?MK=104019
- **שעות הקבלה** מתפרסמות באתר הקורס:

http://moodle.technion.ac.il/course/view.php?id=3830

ספרי לימוד מומלצים:

- אלגברה ליניארית , ברמן ובן ציון קון , הוצאת בק 1999
- אלגברה ליניארית - חוברות האוניברסיטה הפתוחה
- Linear Algebra by Kunze & Hoffman
- אלגברה ליניארית – סדרת שאום
- אלגברה לינארית-חוברת לימוד לקורס אלגברה 1/מ, עליזה מלק, אס״ט

חוברות תרגילים:

- באתר הקורס: 1. חוברת שיעורי בית, 2. חוברת תרגילים ומבחנים כולל חוברת פתרונות.
- אלגברה ליניארית – חוברת תרגילים פתורים לקורס אלגברה 1/מ, עליזה מלק, אס״ט.

הרכב הציון:

א. 20% מגן תרגילי בית: 10% מגן -שיעורי בית כתובים, 10% מגן ממוחשבים (במערכת WEBWORK)
(ראה פירוט בסעיף תרגילי בית למטה).

שימו לב: יש להגיש לפחות 4 מתוך 5 הנושאים הראשונים (כלומר עד הנושא: מרחב שורה ודרגה של מטריצה. צירוף ליניארי, פרישה תלות ואי תלות ליניארית.) ולפחות 3 מתוך 4 הנושאים האחרונים (החל מבסיס ומימד עד ערכים עצמיים).

ב. שאר הציון בחינה סופית: מועד א: 8.9.24, מועד ב: 10.10.24.

ציון המגן יילקח בחשבון רק בתנאי שציון הבחינה הוא לפחות 50.

כדי להיבחן במבחן, **חובה** על כל סטודנט לשבת בכיתה בה הוא רשום. רשימת החדרים ושעות המבחן יפורסמו בסמוך למועדם באתר לימודי הסמכה.

לחוזרים על הקורס: **לא ניתן להעביר ציוני המגן של שיעורי הבית.**

הסבר של המושג ״ציון מגן: אם למשל ציון עבודות בית הכתובים גבוה מהציון במבחן הסופי, אז אחוז של עבודות הבית הכתובים, בציון הסופי, יחשב על בסיס הציון של עבודות הבית הכתובים.

התאמות עקב שירות מילואים במהלך הסמסטר:

- נא להודיע מראש על היעדרות עקב מילואים.
- בקשות להארכת מועדי ההגשה של תרגילי בית (כתובים או ממוחשבים) עקב שירות מילואים יש להפנות אל **המתרגלת האחראית**.
- פניות בעניין היעדרות ממבחן בשל שירות מילואים יש לפנות אל **המרצה האחראית**.
- בתום השרות חובה להציג אישור היחידה על שרות בפועל. צו מילואים כשלעצמו אינו מהווה ראייה לשרות.

תרגילי בית:

- **כללי**:
  - במהלך הסמסטר יהיו 9 תרגילי בית כתובים להגשה ו- 11 תרגילי בית **ממוחשבים במערכת WEBWORK שיש לה קישור מאתר הקורס.**
  - לוח הזמנים להגשת המטלות יישלח ע״י המתרגלת האחראית ויפורסם באתר הקורס. מועדי ההגשה אחידים לכל הקורס.
  - **לא תינתן** הארכת זמן בהגשות תרגילי הבית מלבד עקב שירות במילואים. (ראה לעיל)
  - שאלות בקשר להגשת שיעורי בית ולגבי הציונים עליהם יש להפנות רק ל**מתרגלת האחראית**.
- **ציון המגן על תרגילי הבית:**
  הגשות בכתב 10% מגן : ממוצע 7 הציונים הטובים ביותר מתוך 9 ההגשות בכתב. **טבלת שיעורי הבית להגשה**- רשימת הנושאים ושיעורי הבית של אותו נושא מופיעה באתר הקורס. שיעורי הבית לקוחים מתוך **חוברת שיעורי בית** המופיעה אף היא באתר הקורס.

שימו לב: יש להגיש לפחות 4 מתוך 5 הנושאים הראשונים (כלומר עד הנושא: מרחב שורה ודרגה של מטריצה. צירוף ליניארי, פרישה תלות ואי תלות ליניארית.) ולפחות 3 מתוך 4 הנושאים האחרונים (החל מבסיס ומימד עד ערכים עצמיים).

תרגילי בית ממוחשבים במערכת WEBWORK, 10% מגן : ממוצע 7 הציונים הטובים ביותר מתוך 11 תרגילי הבית הממוחשבים.
מועדי ההגשה של תרגילי הבית הממוחשבים יפורסמו באתר הקורס במהלך הסמסטר. למערכת זו יש צוות טכני ומתמטי, בעת הצורך תוכלו לפנות אליהם ישירות במייל שנמצא במערכת וובוורק. רק הם יכולים לעזור לכם בנושא.
הארכת מועדי ההגשה לתרגילים אלה עקב מילואים תבוצע ע״י המתרגלת האחראית בלבד.

- **תרגילים להגשה בכתב** :
  - רשימת הנושאים ושיעורי הבית של אותו נושא מופיעה באתר הקורס.
  - שיעורי הבית לקוחים מתוך חוברת שיעורי בית המופיעה אף היא באתר הקורס.

- חובה לפתור ולספק פתרון **מנומק היטב** לכל שאלה, גם אם השאלה מנוסח כשאלת כן/לא או כשאלת רב-ברירה.
- **ההגשה תתבצע אך ורק במודל במקום המתאים. יש לסרוק כל עבודה בכתב ולהעלות למודל למקום המיועד לכך כקובץ PDF בלבד. המודל לא מאפשר לפתוח קובץ שאינו בגרסת PDF . (לקראת מועד כל הגשה ייפתח מקום במודל)**
- **בדיקה וציונים:**
  - בכל גיליון תיבדק **רק שאלה אחת** לפי בחירת צוות ההוראה.
  - על כל שאלה שלא נפתרה ירד הציון ב- 20 נקודות (גם אם השאלה לא מיועדת לבדיקה).

- **שעות קבלה (במודל):**
- למרצה ולמתרגלת יש שעות קבלה בה ניתן לשאול שאלות לגבי חומר הקורס.

אתר הקורס – ״אלגברה ליניארית מ׳״

לאתר הקורס נכנסים בכתובת הבאה: http://moodle.technion.ac.il
רושמים שם משתמש וסיסמה. בוחרים ״אלגברה ליניארית מ׳ אביב״.
באתר של ״אלגברה ליניארית מ׳״ ניתן למצוא, בין השאר, את הדברים הבאים:

- מידע כללי: סילבוס, דף מידע לסטודנט, מידע על סגל הקורס ושעות הקבלה.
- תרגילי בית: לוח מועדי ההגשה, חוברת התרגילים, שיעורי הבית להגשה בכתב, קישור ל-WEBWORK.
- חוברת הדרכה: מערך תרגולים לפי פרקי הלימוד. חוברת **ישנה** שיועדה בעיקר למתרגלים. סטודנטים מוזמנים להשתמש בה ככלי עזר.
- דפי עזר להרצאה.
- מבחנים משנים קודמות.
- הקלטת הרצאות משנים קודמות.

הודעות ודרכי תקשורת במהלך הסמסטר:

לקורס אלגברה ליניארית מ׳ יש רשימת תפוצה דרכה מקבל כל סטודנט במהלך הסמסטר הודעות המיועדות לכלל הסטודנטים בקורס. הודעות אלו נשלחות ע״י צוות הקורס וצוות המינהלי. כל סטודנט **הרשום לקורס**, נרשם באופן אוטומטי לרשימות התפוצה. ההודעות נשלחות לחשבון הטכניוני במחשב T2. כדי לפתוח את החשבון ב- T2, יש לפנות למזכירות הסמכה בבניין אולמן קומה 4 לקבלת סיסמא המאפשרת את הפעלת החשבון.

חובה על כל סטודנט לעיין בדואר האלקטרוני שלו ולקרוא את ההודעות הנשלחות דרך המודל.

ב ה צ ל ח ה ☺

להלן סילבוס הקורס

104019 אלגברה ליניארית מ׳ - תכנית לימודים (סילבוס)

הערה: הסילבוס המופיע להלן מייצג באופן מהותי את חומר הלימוד והתרגול; יתכנו שינויים קלים במהלך הסמסטר.

1. הרצאה	2. תרגיל
<u>מבוא ומספרים מרוכבים</u> **1. הקדמה -** סוגי מספרים (טבעיים, שלמים, רציונאליים, ממשיים); מציאת שורשים של פולינומים כמוטיבציה לצורך בממשיים ובמרוכבים. **2. מספרים מרוכבים -** הגדרת המספרים כאוסף מהצורה: $\alpha+\beta i$; הגדרת חיבור, חיסור, כפל וחילוק; הגדרת הצמוד ותכונותיו; הגדרת ערך מוחלט (מודול) ותכונותיו כולל אי-שוויון המשולש. **3. הצגה גיאומטרית של מספרים מרוכבים -** ערך מוחלט וארגומנט של מספר מרוכב, מכפלה, חזקה ומנה; נוסחת דמואבר; הוצאת שורשים; שורשי יחידה. **4. שורשים מרוכבים של פולינום עם מקדמים ממשיים** **5. שדות** – הגדרת שדה; דוגמאות: הממשיים, הקומפלקסים, והרציונליים מהווים שדה.	**1. פולינומים -** שורשים רציונאליים של פולינום עם מקדמים שלמים; ניחוש אינטליגנטי של שרשים; שורשים עם ריבוי; חלוקת פולינומים; נוסחאות ויאטה. **2. מספרים מרוכבים -** ייצוג אלגברי; חיבור חיסור כפל וחילוק; חלק ממשי ומדומה; תכונות של מספרים מרוכבים; פתרון משוואות מרוכבות ומשוואות עם צמוד. ייצוג גיאומטרי - נוסחת דמואבר; מודול וארגומנט של מכפלה, חזקה ומנה; מציאת שורשים של מספר מרוכב; סכום ומכפלה של השורשים של מספר מרוכב.
<u>מטריצות</u> **1. מטריצות -** מערכת משוואות כמוטיבציה; הגדרה וסימונים; חיבור מטריצות ותכונותיו; המטריצה הנגדית וחיסור; כפל מטריצה בסקלר ותכונותיו. **2. כפל מטריצות** — הצבות ליניאריות כמוטיבציה; הגדרת הכפל ותכונותיו. **3. מטריצות מיוחדות -** מטריצה מוחלפת ותכונותיה; מטריצה ריבועית, סימטרית, אנטי-סימטרית, אלכסונית, סקלרית, משולשת עליונה ותחתונה; חזקות של מטריצות ריבועיות ותכונותיהן; עקבה של מטריצה.	**1. חיבור מטריצות -** חיבור וכפל בסקלר; **2. כפל מטריצות -** כפל מימין (משמאל) שקול לפעולות על עמודות (שורות) (קודם עמודה ושורה בודדת ואז הכללה למקרה AB). **3. מטריצות מיוחדות -** כפל וסכום של משולשות עליונות (תחתונות); $A+A^t$ סימטרית; $A-A^t$ אנטי סימטרית; AB=0 לא גורר A=0 או B=0.
<u>מערכת משוואות ליניארית</u> **1. מערכת משוואות ליניארית -** מערכת כללית ופתרון כללי; מקדמי המערכת, מקדמים חופשיים, מערכת הומוגנית; מערכת אי-הומוגנית; כתיבת מערכת בצורה מטריציונית. **2. מערכת הומוגנית -** פתרון, פתרון כללי, הפתרון הטריביאלי, סכום של פתרונות, כפל בסקלר של פתרון. **3. מערכת אי-הומוגנית -** פתרון כללי, סכום וכפל בסקלר אינם פתרונות; הפתרון הכללי הוא סכום של פתרון פרטי ופתרון כללי להומוגנית המתאימה. **4. שיטת החילוץ של גאוס -** פעולות אלמנטריות, מערכות שקולות, פעולות אלמנטריות מעבירות מערכות למערכות שקולות. **5. מטריצה מדורגת -** מטריצה מדורגת, מטריצה קנונית (מצומצמת שורות) ויחידות הקנונית. הקשר בין מטריצות מדורגות לבין הפתרון הכללי. **6. המושגים**: משתנה חופשי, משתנה לא חופשי, דרגות חופש.	**1. מערכת הומוגנית -** פתרון כללי; דוגמא למערכת עם פתרון יחיד ומערכת עם אינסוף פתרונות; דיון כללי במספר הפתרונות. **2. דרוג מטריצות -** פעולות אלמנטריות והקשר לפתרון מערכת משוואות. **3. מערכת אי-הומוגנית -** פתרון כללי; דיון במספר הפתרונות (יחיד, אינסוף ואין פתרון); קביעת ערך פרמטר (או יותר) כך שלמערכת פתרון יחיד, אינסוף או אין פתרון; דוגמאות עם פרמטר באלכסון לאחר דרוג; קביעת מספר פתרונות במערכות כלליות., למשל: כמה פתרונות למערכת Ax=b כאשר A היא 3×4. **4. מטריצה קנונית ודרגה -** חישוב דרגה ומטריצה קנונית; להדגיש הבדל בין מטריצה מדורגת למטריצה קנונית.
<u>מרחב וקטורי</u> **1. מרחבים וקטורים -** הגדרת מרחב וקטורי; הגדרת חיסור במרחב וקטורי. **2. דוגמאות -** R^n , C^n (כמרחב וקטורי מעל C ומעל R), F^n מעל F לכל שדה F, F^{mxn} $(M_{mxn}(R))$, $P_n[x]$, מרחב הפונקציות הממשיות, שדה מעל תת-שדה	**1. מרחבים וקטורים -** דוגמאות סטנדרטיות. **2. תת-מרחבים -** דוגמאות בכל המרחבים; מתי מספיק לבדוק תת מרחב; מציאת איבר כללי בחיתוך של תת-מרחבים. .

שלו. **3. תת מרחב וקטורי** – הגדרה וקריטריונים לבדיקה. דוגמאות לתת מרחבים של המרחבים הקודמים; פתרון כללי למערכת הומוגנית כתת מרחב. חיתוך תת-מרחבים, דוגמאות: מישורים וישרים; איחוד לא בהכרח מרחב וקטורי. **4. צירוף ליניארי** – הגדרה ודוגמאות. **5. המרחב הנפרש $Sp\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$** – הגדרה, אפיונים; תת-מרחב נפרש, קבוצה פורשת (=קבוצת יוצרים), מרחב נוצר סופית. מרחב שורה ועמודה של מטריצה. **6. תלות ואי-תלות ליניארית** – הגדרה; תלויים ליניארית ⇔ אחד צירוף ליניארי של קודמיו (בתנאי שאין בקבוצה את וקטור האפס); בניית קבוצה בת״ל ופורשת. כל קבוצה המכילה את וקטור ה- 0 תלויה; כל קבוצה המכילה וקטור אחד בלבד שהוא שונה מ- 0 היא בלתי תלויה ליניארית.	**3. צירוף ליניארי** – כתיבת וקטור כצירוף ליניארי של וקטורים אחרים; להדגים אפשרות של פתרון יחיד, אינסוף פתרונות ואין פתרון; שני וקטורים תלויים אס״ם הם פרופורציונאליים; **4. המרחב הנפרש** – מציאת איבר כללי של מרחב הנפרש ע״י קבוצת וקטורים; מציאת קבוצה פורשת בהינתן איבר כללי של מרחב וקטורי. **5. תלות ואי-תלות ליניארית** – קביעה האם וקטורים תלויים לפי ההגדרה (וקטורים ספציפיים וכלליים); שימוש במרחב שורה של מטריצה לקביעת תלות בין וקטורים (דוגמאות מכל המרחבים).
3 . __בסיס ומימד__ **1.** כפעולות אלמנטריות על שורות (עמודות) לא משנה מרחב שורה (עמודה) של מטריצה; למטריצות מאותו סדר אותו מרחב שורה אס״ם אותה צורה קנונית. **2. בסיס של מרחב וקטורי** – הגדרה, דוגמאות; תנאים שקולים: קבוצה בלתי תלויה מקסימלית וקבוצה פורשת מינימלית. **3. המשפטים הבאים -** לכל מרחב וקטורי נוצר סופית יש בסיס; מספר האיברים בכל קבוצה בלתי תלויה ליניארית קטן או שווה למספר האיברים בכל קבוצה פורשת; אם V מרחב שיש לו בסיס עם n איברים אז: א) כל קבוצה עם יותר מ- n וקטורים ת״ל; ב) כל קבוצה עם פחות מ- n וקטורים אינה פורשת; ג) בכל בסיס של V יש בדיוק n איברים; ד) כל קבוצה בת״ל בעלת n איברים היא בסיס; ה) כל קבוצה פורשת בעלת n איברים היא בסיס. **4. מימד של מרחב וקטורי** – הגדרה; אם U ת״מ של V אז $\dim U \le \dim V$, וכן $\dim U=\dim V$ אס״ם $U=V$; אם V נוצר סופית אז כל קבוצה בת״ל ניתנת להשלמה לבסיס. **5. וקטור קואורדינאטות** – הגדרת וקטור קואורדינאטות של וקטור v לפי בסיס e; התכונות: $[v+u]_e = [v]_e +[u]_e$, $[kv]_e = k[v]_e$; פירוש התכונות כקיום איזומורפיזם בין V לבין F^n כאשר V מרחב וקטורי n-מימדי מעל F; קבוצת וקטורים תלויה ליניארית אס״ם קבוצת וקטורי הקואורדינאטות שלהם תלויה ליניארית. **6. מימד מרחב השורה ומימד מרחב העמודה** – הגדרת דרגת השורות ודרגת העמודות של מטריצה כמימד מרחב השורות ומרחב העמודות, בהתאמה; הגדרת דרגה כמספר המכסימלי של שורות/עמודות בת״ל; דרגת השורות שווה לדרגת העמודות; אם $Ax=b$ מערכת משוואות ליניארית, ו- $(A\|b)$ מטריצת המקדמים המורחבת אז למערכת קיים פתרון אס״ם $r(A\|b)=r(A)$; התלכדות ההגדרה של דרגה עם ההגדרה הזמנית שניתנה בעת שנלמדה שיטת החילוץ של גאוס.	**1. מרחב שורה ועמודה** – מציאת איבר כללי של מרחב השורה של A ושל A^t; מרחב שורה של A שווה למרחב עמודה של A^t; מתי מרחב שורה שווה למרחב עמודה (להדגיש מטריצות סימטריות, אנטי-סימטריות ומטריצות מדרגה n – סדר המטריצה); מציאת איבר כללי פשוט יותר למרחב השורה ע״י דירוג. **2. בסיס של מרחב וקטורי** – מציאת בסיס ומימד למרחבים שונים, לרבות מרחב החיתוך; מציאת בסיס ומימד למרחב האפס. **3. וקטור קואורדינטות** – מציאת וקטור קואורדינטות לפי בסיס נתון; מציאת הוקטור בהינתן וקטור הקואורדינטות שלו לפי בסיס נתון (להדגיש הבדלים בין בסיס סטנדרטי לבסיס לא סטנדרטי).
__מטריצות הפיכות__ **1. תכונות -** יחידות המטריצה ההופכית; המטריצה ההופכית של מכפלת מטריצות הפיכות ושל מטריצה מוחלפת. סכום מטריצות הפיכות לא בהכרח מטריצה הפיכה. **2. חישוב המטריצה ההופכית -** אלגוריתם לבדיקת הפיכות וחישוב המטריצה ההפכית (כאשר קיימת); הסבר נכונות האלגוריתם. **3. התנאים השקולים להפיכות מטריצה -** קיום ויחידות של פתרון למערכת משוואות;	1. חישוב המטריצה ההופכית –חישוב ההופכית לפי האלגוריתם: $(A \| I) \to (I \| A^{-1})$; הוכחות כגון: $((AB)^t)^{-1} = (A^{-1})^t(B^{-1})^t$; $(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$; חישוב ההופכית של מטריצה המקיימת את השוויון: $2A^3 - 3A^2 + A + 2I = 0$; אם C=AB, אז C הפיכה

הצורה הקנונית שווה ל- I ; קריטריון הדרגה ; אי-תלות ופרישה של השורות והעמודות.

אס״ם A הפיכה וגם B הפיכה ; אם $AB=0$, עבור שתי מטריצות מסדר n, אז $r(A) + r(B) \le n$.

דטרמיננטים

1. הגדרה - מינור ; דטרמיננטה של מטריצה $n\times n$ על-פי פיתוח לפי שורה ראשונה ; הכללת הפיתוח לפי כל שורה ולפי כל עמודה.

2. תכונות - $|A^t| = |A|$; החלפת שורות, שורות שוות, כפל שורה בסקלר, שורת אפסים, פירוק שורה לסכום, הוספת כפולה בסקלר של שורה לשורה אחרת ; תכונות אנלוגיות לגבי עמודות ; הדטרמיננטה של מטריצה משולשת בכלל ו- I בפרט ; אפיון הפיכות בעזרת דטרמיננטה.

3. משפט המכפלה - $|AB| = |A|\,|B|$ (ללא הוכחה) ; $|A^{-1}| = 1/|A|$;

4. כלל קרמר - כלל קרמר לחישוב פתרון יחיד של מערכת משוואות.

5. דטרמיננטה של וונדר מונדה.

1. פיתוח דטרמיננטים - דוגמאות לפיתוח ע״י שימוש בפעולות אלמנטריות על שורות ועמודות, ופיתוח לפי עמודות ושורות שונות ; נוסחת קיצור לפיתוח דטרמיננטים מסדר 3 ; $|kA| = k^n|A|$, בפרט עבור $k = -1$; דוגמאות לפיתוח דטרמיננטים מסדר n ; חישוב דטרמיננטים של מטריצה ע״י פירוק שורות ; חישוב $|A|$ בהינתן (למשל) $A^2 + A = 0$ עבור n זוגי ואי-זוגי.

2. כלל קרמר - דוגמאות לשימוש בכלל קרמר למציאת פתרון של מערכת משוואות ליניאריות לא הומוגנית כאשר למערכת פתרון יחיד.

טרנספורמציות (העתקות) ליניאריות

1. הגדרה - הגדרת טרנספורמציה (העתקה) ליניארית.

2. תכונות - $T(0) = 0$; $T(-v) = -T(v)$; תנאי שקול לטרנספורמציה ליניארית במונחי שמירת צירופים ליניאריים ; טרנספורמציה ליניארית נקבעת ע״י ערכיה על איברי בסיס של התחום ; הטרנספורמציה: $T(v) = Av$.

3. גרעין ותמונה של טרנספורמציות ליניאריות – הגדרת גרעין ותמונה ; תמונה של טרנספורמציה ליניארית היא תת-מרחב של הטווח ; המקרה בו T על ; הגדרת הדרגה של טרנספורמציה ; הגרעין תת-מרחב של התחום ; הקשר של הגרעין לחד-חד-ערכיות ; הקשר בין הגרעין למרחב הפתרונות של המערכת ההומוגנית המתאימה ; המסקנה: $\dim(\mathrm{Im}T) + \dim(\mathrm{Ker}T) = \dim V$.

4. דמיון - הגדרת דמיון במונחי קיום Q הפיכה כך ש- $B = Q^{-1}AQ$.

5. עקבה של מטריצה - הגדרת עקבה של מטריצה ריבועית ; $tr(AB) = tr(BA)$.

6. שמורות דמיון (תנאים הכרחיים אך לא מספיקים) - דמיון מטריצות מהווה יחס שקילות ; למטריצות דומות אותה דרגה, אותה דטרמיננטה ואותה עקבה.

1. מושגים והגדרות - דוגמאות להעתקות ליניאריות ולא ליניאריות במרחבים וקטורים שונים ; מציאת נוסחה של העתקה לפי תמונות הבסיס.

2. גרעין ותמונה - מציאת גרעין ותמונה של העתקה ליניארית ; קביעת חח״ע ועל ; קביעה של קיום העתקות ליניאריות לפי משפט המימדים, למשל, האם קיימת העתקה חח״ע $T:R^3 \to R^2$? מציאת העתקות שהגרעין והתמונה מקיימים קשר הכלה או שוויון ביניהם ; הוכחת טענות כגון:

$\mathrm{Ker}T \subseteq \mathrm{Ker}T^2$ ו- $\mathrm{Im}T \supseteq \mathrm{Im}T^2$ לכל $T: V\to V$.

לכסון, ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים

1. ע״ע וו״ע של מטריצה - הגדרה

2. חישוב ע״ע וו״ע - אלגוריתם למציאת ע״ע וו״ע של מטריצות באמצעות המטריצה האופיינית והפולינום האופייני.

3. משפטים - ו״ע השייכים לע״ע שונים הם בת״ל ; תנאי מספיק ללכסינות: n ע״ע שונים ; איחוד בסיסים של מרחבים עצמיים הוא קבוצה ב״ת ; מטריצות דומות הן לכסינות או בלתי לכסינות ביחד ; לע״ע צמודים של מטריצה ממשית מתאימים ו״ע צמודים.

4. שמורות נוספות של דמיון - למטריצות דומות אותם ערכים עצמיים ואותו פולינום אופייני.

5. ריבוי אלגברי וריבוי גיאומטרי של ע״ע - כתיבת הפירוק לגורמים של הפולינום האופייני מעל C, והגדרת הריבוי האלגברי של ע״ע ; הגדרת הריבוי הגיאומטרי של ע״ע ; הריבוי הגיאומטרי אינו עולה על הריבוי האלגברי ; A לכסינה מעל F אס״ם הפולינום

1. ערכים עצמיים (ע״ע) ווקטורים עצמיים (ו״ע) - דוגמאות לחישוב ע״ע וו״ע בהינתן מטריצה ; ע״ע וו״ע של מטריצה שסכום האיברים בכל שורה זהה ; חישוב ריבוי אלגברי וריבוי גיאומטרי של ע״ע ; הנוסחה $n\text{-}r(\lambda I\text{-}A)$ לחישוב הריבוי הגיאומטרי של λ ובפרט עבור $\lambda=0$.

2. תכונות הפולינום האופייני - נוסחה למציאת פ״א של מטריצות מסדר 2: $f(t) = t^2 - tr(A)t + |A|$; מציאת ע״ע של מטריצה בעזרת העקבה ובעזרת והדטרמיננטה.

3. לכסון - קביעת לכסינות של מטריצות ע״י שימוש במשפטים שונים (ר״א=ר״ג לכל ע״ע ; למטריצה n ע״ע שונים) ; קביעת דמיון של מטריצות בעזרת לכסון ; קביעת לכסינות של מטריצה עם פרמטרים ; מציאת P מלכסנת

האופייני שלה מתפרק לגורמים ליניאריים מעל F ולכל שורש שלו הריבוי הגיאומטרי שווה לריבוי האלגברי. **6. תכונות הפולינום האופייני -** הסכום והמכפלה של ערכים עצמיים; מקדמי החזקה ה-n-ית, ה- (n-1)-ית והאיבר החופשי בפולינום האופייני, והיותם משותפים למטריצות דומות.	ו- D אלכסונית עבור מטריצות לכסינות; הדגשת חוסר הקשר בין לכסון והפיכות.